


EQUILÍBRIO E VIBRAÇÕES INDUZIDAS POR VÓRTICES
DE "RISERS" DE PERFURAÇÃO

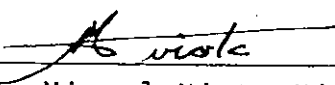
Francisco Mourão Farias

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE
PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE
JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO
GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS (M.Sc.)

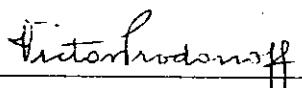
Aprovada por:

*Para anal.
n 1*


Prof. Liu Hsu


Prof. Miguel Hirao Hirata


Prof. Luiz Bevilacqua


Prof. Victor Prodonoff

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

DEZEMBRO DE 1980

FARIAS, FRANCISCO MOURÃO

Equilíbrio e Vibrações Induzidas por Vórtices em "Risers" de Perfuração |Rio de Janeiro| 1980.

VII, 139 p. 29,7 cm (COPPE-UFRJ, M. Sc., Engenharia Mecânica, 1980)

Tese - Univ. Fed. Rio de Janeiro. Fac. Engenharia

I. Teoria das estruturas I. COPPE/UFRJ

II. Título (Série)

AGRADECIMENTOS

À PETROBRÁS, por me haver liberado o tempo necessário para o Mestrado.

A Manuel Rodrigues Camelo, pelo encorajamento.

Ao Prof. Miguel Hiro Hirata, pela orientação nos temas referentes a Hidrodinâmica.

Ao Prof. Liu Hsu, por sua constante e dedicada orientação, sem a qual a tese não poderia ter sido concluída.

RESUMO

A tese apresenta um estudo sobre "risers" de perfuração usados por plataformas semi-submersíveis na perfuração de poços em águas profundas.

Inicialmente, é apresentado um estudo acerca do equilíbrio estático. Isto permite dimensionar "risers" para condições normais de operação. O dimensionamento considera o tracionamento do "riser", as condições naturais e os parâmetros de perfuração pertinentes.

A seguir, é apresentado um breve estudo sobre vibrações livres.

Finalmente, é feita a análise de vibrações transversais induzidas por vórtices, o que pode ocorrer em regiões de fortes correntezas. O modelo matemático foi postulado por Skop e Griffin e sua solução foi feita pelo método da forma normal. O método proposto permite a construção da resposta em frequência do "riser" próximo a uma condição de ressonância.

ABSTRACT

• This thesis presents a study about drilling risers used by semisubmersible platforms in order to drill wells in deep waters.

Firstly, a study about static equilibrium is presented. This allows to select adequate risers for places with usual natural conditions. The selection takes into account the riser tension, the natural conditions and the pertinent drilling parameters.

Then, a brief study about free vibrations is presented.

Finally, the analysis of transverse vibrations induced by vortex-shedding is done. These vibrations can occur in places of strong marine currents. The mathematical model was pos_tulated by Skop and Griffin and its solution was done by the nor_mal form method. The proposed method allows the construction of the riser frequency response near a resonance condition.

ÍNDICE

	<u>Pág.</u>
<u>CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO</u>	1
I.1 - Objetivos.....	1
I.2 - "Risers" de Perfuração.....	3
I.3 - Resumo. Aplicações.....	6
 <u>CAPÍTULO II - MODELO MATEMÁTICO</u>	 8
II.1 - Hipóteses Simplificadoras.....	8
II.2 - Equação do Movimento.....	9
II.3 - Carregamento Hidrodinâmico.....	11
II.4 - Ondas.....	14
II.5 - Correntes.....	17
 <u>CAPÍTULO III - ANÁLISE ESTATICA</u>	 19
III.1 - Introdução.....	19
III.2 - Solução pelo Método dos Elementos Finitos.....	20
III.3 - Programa. Análise de Resultados.....	24
 <u>CAPÍTULO IV - VIBRAÇÕES LIVRES</u>	 27
IV.1 - Introdução.....	27
IV.2 - Modos Naturais de Vibração.....	28

	<u>Pág.</u>
IV.3 - Exemplo Numérico.....	31
<u>CAPÍTULO V - VIBRAÇÕES INDUZIDAS POR VÓRTICES.....</u>	34
V.1 - Introdução.....	34
V.2 - Descrição do Fenômeno.....	37
V.3 - O Modelo de Skop e Griffin.....	41
V.3.1 - Cilindro Rígido.....	41
V.3.2 - Cilindro Flexível.....	46
V.4 - Solução pelo Método da Forma Normal.....	52
V.4.1 - Cilindro Rígido.....	53
V.4.2 - Cilindro Flexível em Escoamento Uniforme.....	59
V.5 - Programa. Discussão de Resultados.....	70
<u>CAPÍTULO VI - CONCLUSÃO.....</u>	77
<u>BIBLIOGRAFIA.....</u>	78
<u>APÊNDICES</u>	
A - O Método da Forma Normal.....	81
B - O Método de Newton.....	92
C - Integrais dos Produtos de Autofunções.....	96
D - Matrizes de Rigidez e Vetor Carregamento de Elemento de "Riser".....	98
E - Listagem do Programa AERP.....	100
F - Listagem do Programa ADRP.....	125

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

I.1 - OBJETIVOS

A importância crescente do petróleo da plataforma continental levou engenheiros e pesquisadores a estudarem com precisão o comportamento de equipamentos e estruturas no oceano.. Esta tese faz um estudo de "risers" de perfuração (que serão descritos na seção I.2), englobando duas partes mais ou menos independentes. A primeira trata do dimensionamento de um "riser". Na segunda, é apresentado um estudo das vibrações transversais induzidas por vórtices.

O estudo do dimensionamento, embora trabalhoso, não apresenta maiores dificuldades, já que é baseado no equilíbrio de uma viga tracionada. O estudo das vibrações, entretanto, é bem mais difícil devido às equações diferenciais encontradas, de modo que se foi obrigado a fazer maiores simplificações e restringir os objetivos iniciais.

Para o dimensionamento, pode-se levar em conta condições operacionais realistas do ponto de vista de engenharia. Utilizando-se o programa mostrado no Apêndice E, é possível determinar-se com precisão as tensões atuantes nos diversos pontos de um "riser". Já para o estudo das vibrações, resolveu-se apenas o caso de um "riser" sujeito a uma corrente marinha com velo

cidade uniforme, embora sejam apresentadas as equações para o caso geral.

A finalidade do dimensionamento consiste, naturalmente, em selecionar um "riser" que suporte com segurança determinadas condições operacionais. O estudo de vibrações induzidas por vórtices é necessário porque em certas regiões existem portes correntes marinhas que provocam vibrações em "risers" levando-se à ruptura por fadiga.

Dada a importância do problema, existe uma vasta bibliografia sobre "risers" nas publicações especializadas na indústria do petróleo (ver, por exemplo [3, 10, 13, 16, 17, 18]). Nenhuma delas, porém, apresenta um programa para dimensionamento, o que motivou parte da tese. Para esta, foram consultados principalmente Morgan [16], que contém uma boa bibliografia, e Gardner [3].

O livro de Morgan [16] foi publicado inicialmente em capítulos em "Petroleum Engineer". Nele, é apresentada uma análise (basicamente qualitativa) dos diversos fatores que devem ser levados em conta no dimensionamento de um "riser". Morgan não fornece valores para os parâmetros envolvidos no estudo e que tiveram de ser encontrados em publicações não especializadas, como Wiegel [20] e Blevins [1]. O artigo de Gardner [3] apresenta um estudo de "risers" usando o método dos elementos finitos (MEF), e muitos de seus resultados foram utilizados na tese. O MEF foi utilizado para a solução do problema estático por ser

bastante eficiente. As matrizes necessárias são conhecidas na literatura e o número de elementos para se conseguir boa precisão é pequeno. O método das diferenças finitas foi preterido porque a introdução de condições de contorno levaria a um sistema de equações maior que o encontrado através do MEF.

O estudo de vibrações induzidas por vórtices apresenta maior complexidade. Para sua solução exata seria necessário integrar as equações de Navier-Stokes. Por isso, alguns autores introduziram modelos heurísticos para prever as forças exercidas por um fluido sobre um cilindro. Um desses modelos, adotado por Skop e Griffin e seus colaboradores [19], foi usado nesta tese. O modelo havia sido proposto para cilindros rígidos e posteriormente extendido para cilindros flexíveis. Ele conduz a um sistema de equações diferenciais não-lineares cuja solução por métodos tradicionais é bastante difícil devido ao fato de os osciladores apresentarem ressonância interna complexa (múltipla) [11]. Assim, recorreu-se ao método da forma normal de Hsu [8] para a solução do sistema.

1.2 - "RISERS" DE PERFURAÇÃO

A perfuração de poços de petróleo em águas profundas é normalmente feita por plataformas especiais chamadas semi-submersíveis. Estas são ancoradas verticalmente sobre o ponto onde se deseja perfurar. Dela, parte uma tubulação que é ligada a um dispositivo previamente instalado no fundo do mar. Esta tubulação é chamada "riser" (ver fig. 1.1). Por dentro dele passam

a broca e a coluna de perfuração e retornam a lama e os cascalhos do fundo do poço.

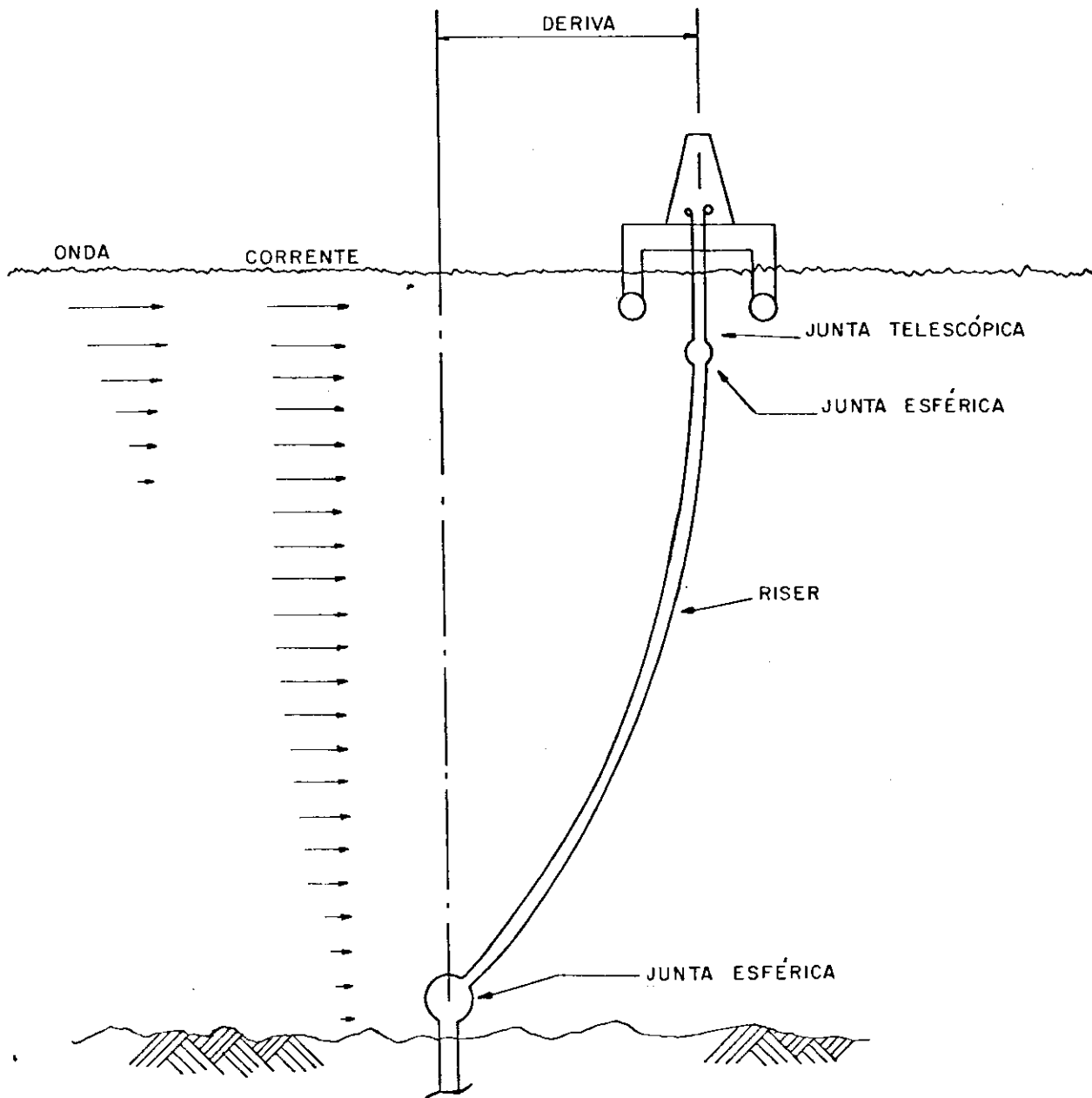


FIGURA I-1

Um "riser" tem uma junta esférica em sua extremidade inferior e uma junta telescópica na superior. A seu lado, correm duas tubulações de diâmetro bem menor, que são usadas para o controle da pressão na cabeça do poço caso haja uma ameaça de erupção.

Na extremidade superior, um "riser" é ainda ligado por cabos a um sistema hidráulico que o traciona com uma força aproximadamente constante. A tração tem como finalidades básicas diminuir as deflexões do "riser" e evitar que ele flambe devido a ação do peso próprio.

Os principais esforços a que um "riser" se acha submetido são a tração aplicada a seu topo, o peso próprio, o peso da lama de perfuração, o empuxo hidrostático, os esforços causados pelos movimentos da semi-submersível, ondas e correntes marinhas.

A tração é a principal variável sob controle do engenheiro de perfuração. Normalmente, o sistema hidráulico funciona em seu limite operacional máximo, pois a tração diminui as tensões de flexão. Para profundidades muito grandes, a tração seria excessivamente elevada; neste caso, usam-se flutuantes distribuídos ao longo do "riser" para complementar a ação do sistema hidráulico. Neste trabalho não foram considerados flutuadores, mas sua inclusão no programa de análise estática não oferece dificuldades.

Os pesos próprio e da lama de perfuração diminuem o valor da tração nas seções inferiores do "riser"; o empuxo hidrostático tem efeito contrário.

Os movimentos da semi-submersível provocam uma série de esforços no "riser". A junta telescópica é usada para minimizar as consequências dos movimentos verticais da embarcação. Devido a ação dos ventos e do mar, a semi-submersível não fica exatamente sobre a vertical do poço, deslocando a extremidade superior do "riser". Este desvio, entretanto, assim como as deflexões e rotações do "riser", devem ser pequenos devido a razões operacionais. Isto simplifica o tratamento matemático, pois ele poderá ser considerado como uma viga sujeita a pequenas deformações.

Os principais esforços provêm de ondas e correntes marinhas. Os esforços serão considerados em forma estática no capítulo III e os efeitos de vibrações transversais devido a correntes no capítulo V. Como o "riser" tem apenas uma pequena parte fora d'água, o efeito do vento em condições operacionais pode ser desprezado.

I.3 - RESUMO. APLICAÇÕES

No capítulo II é proposto um modelo matemático para o movimento de um "riser" de perfuração. No capítulo III é feito o estudo estático, o que permitirá fazer o dimensionamento de "risers". No capítulo IV apresenta-se o estudo de vibrações

livres de uma viga tracionada a fim de determinar suas frequências naturais e compará-las com os valores calculados de forma mais simples no capítulo V. Neste é feito o estudo de vibrações induzidas por vórtices.

Em apêndice, são apresentados dois programas escritos em Fortran. O programa AERP (análise estática de "Risers" de perfuração) permite o dimensionamento de um "riser", considerando os fatores mais importantes que determinam as tensões em todos os seus pontos. O programa calcula ainda as três primeiras frequências naturais de um "riser", englobando assim os resultados dos capítulos II a IV. O programa ADRP (análise dinâmica de "risers" de perfuração) é bem mais limitado, permitindo apenas o estudo de um "riser" submetido a uma corrente uniforme. O caso mais geral de vibrações induzidas por uma corrente de perfil arbitrário não foi resolvido, embora em princípio o método possa ser aplicado. O programa ADRP engloba resultados dos capítulos II e V.

CAPÍTULO II

MODELO MATEMÁTICO

II.1 - HIPÓTESES SIMPLIFICADORAS

O movimento de um "riser" no oceano é, naturalmente, tridimensional. Entretanto, dadas as considerações abaixo, pode-se considerá-lo como unidimensional.

Devido a problemas operacionais, as seções transversais de um "riser" só podem sofrer pequenas deformações (máximo de 4 graus). Para ângulos maiores, começa a haver um desgaste muito grande causado pelo contato entre a superfície interna do "riser" e a coluna de perfuração. A deriva (deslocamento da plataforma da vertical exata do poço) também deve ser pequena, ou seja, cerca de 3% da profundidade. Assim, um "riser" pode ser considerado como uma viga cujos pontos são capazes de se mover em um plano.

Para o estudo estático, considera-se o caso mais desfavorável em que ondas e correntes têm a mesma direção. Assim, o "riser" vai defletir na mesma direção, tornando o movimento unidimensional.

No caso das vibrações induzidas por vórtices, o momento deveria ser tomado como bidimensional. Entretanto, de acordo com Blevins [1], a amplitude das vibrações na direção da

corrente é da ordem de 7% da amplitude das vibrações na direção transversal. Por isso, no estudo foram consideradas apenas as vibrações transversais e o movimento foi considerado novamente unidimensional.

Considera-se que as linhas de "choke" e de "kill", que correm ao lado do "riser", devido a seu diâmetro bem menor, não contribuem para a sua rigidez. No estudo estático, o esforço provocado pelo oceano sobre estas linhas é adicionado ao esforço provocado diretamente sobre o "riser". No estudo de vibrações transversais, elas foram ignoradas, por simplicidade.

II.2 - EQUAÇÃO DO MOVIMENTO

De acordo com as hipóteses simplificadoras, um "riser" pode ser considerado como uma viga tracionada sujeita a pequenas deformações. A equação de seu movimento é [15]

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left(P \frac{\partial y}{\partial x} \right) + m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = F \quad (II.1)$$

Nesta equação, E representa o módulo de elasticidade do aço e I o momento de inércia de uma seção do "riser". P é a força de tração em um ponto de abscissa x, dada por [3]

$$P = T_0 + \frac{\pi g}{4} .$$

$$\left[\rho(d-x)D^2 - \rho_\ell(\ell-x)D_1^2 - \rho_r(\ell-x)(D^2 - D_1^2) \right], \quad (II.2)$$

onde T_0 é a tração aplicada pelo sistema hidráulico à cabeça do "riser", g a aceleração da gravidade, ρ , ρ_ℓ e ρ_r as massas específicas da água, da lama de perfuração e do aço, respectivamente, d é a profundidade do mar, ℓ , D e D_i são o comprimento, diâmetro externo e diâmetro interno do "riser", respectivamente. O primeiro termo entre colchetes representa a contribuição do empuxo; o segundo, a contribuição negativa do peso da lama de perfuração; o último se deve ao peso próprio do "riser".

A equação (II.2) pode ser reescrita como

$$P = P_0 + P_1 x, \quad (\text{II.3})$$

onde

$$P_0 = T_0 + \frac{\pi g}{4} [\rho d D^2 - \rho_\ell \ell D_i^2 - \rho_r \ell (D^2 - D_i^2)], \quad (\text{II.4})$$

$$P_1 = \frac{\pi g}{4} [-\rho D^2 + \rho_\ell D_i^2 + \rho_r (D^2 - D_i^2)]. \quad (\text{II.5})$$

Deve-se notar que para $d < x < \ell$, o "riser" fica emerso, mas mesmo neste caso o valor de P pode ser calculado por (II.2) fazendo-se formalmente $\rho = 0$.

O termo m na equação (II.1) representa a massa virtual do "riser" por unidade de comprimento, englobando assim as massas do fluido de perfuração, do tubo e a massa adicional de água. Sua expressão é

$$m = \frac{\pi}{4} [\rho_{\ell} D_i^2 + \rho_r (D^2 - D_i^2) + (C_M - 1) \rho D^2] \quad (II.6)$$

C_M é o coeficiente de inércia de um cilindro. Sua significação física será vista no item (II.3). O terceiro termo entre colchetes representa, porém, a massa de água que é obrigada a se mover junto com o "riser".

O termo F em (II.1) representa o carregamento lateral provocado por ondas e correntes. Devido à sua complexidade, ele será estudado nas seções seguintes.

II.3 - CARREGAMENTO HIDRODINÂMICO

Um fluido em movimento exerce forças sobre os obstáculos que encontra. Em geral, a força é variável com o tempo mesmo se o fluido tiver velocidade de incidência constante. Ela depende, entre outras coisas, da velocidade e aceleração relativas do corpo e do fluído, de modo que ocorre um acoplamento entre eles.

Para o caso de um cilindro da seção circular com eixo perpendicular à direção do escoamento, a força pode ser decomposta em duas componentes: uma paralela ao escoamento (arraste) e a outra perpendicular à primeira e ao eixo do cilindro (sustentação). Esta decorre da formação de vórtices na parte posterior do cilindro: ao se desprenderem, eles provocam uma variação da pressão na superfície do cilindro, originando uma força

variável. Quando a frequência de formação de vórtices é próxima de uma frequência natural do cilindro, as vibrações podem se tornar consideráveis. Para o estudo de dimensionamento (caso estático), supõe-se que as referidas frequências sejam bem distintas, de modo que a força de sustentação tenha efeito desprezível em face da força de arraste, como é o caso de operação normal de um "riser". O caso de frequências próximas (ressonância) será feito em separado no capítulo V.

A expressão da força de arraste por unidade de comprimento exercida por um escoamento unidirecional sobre um cilindro estacionário é

$$F = \frac{1}{2} C_{D\rho} D u^2 + C_{M\rho} \frac{\pi D^2}{4} \dot{u} \quad , \quad (II.7)$$

onde u e \dot{u} são a velocidade e aceleração do fluido, respectivamente. C_D é o coeficiente de arraste e seu valor é determinado experimentalmente, podendo ser obtida da figura (II.1), onde este coeficiente é dado em função do número de Reynolds [1].

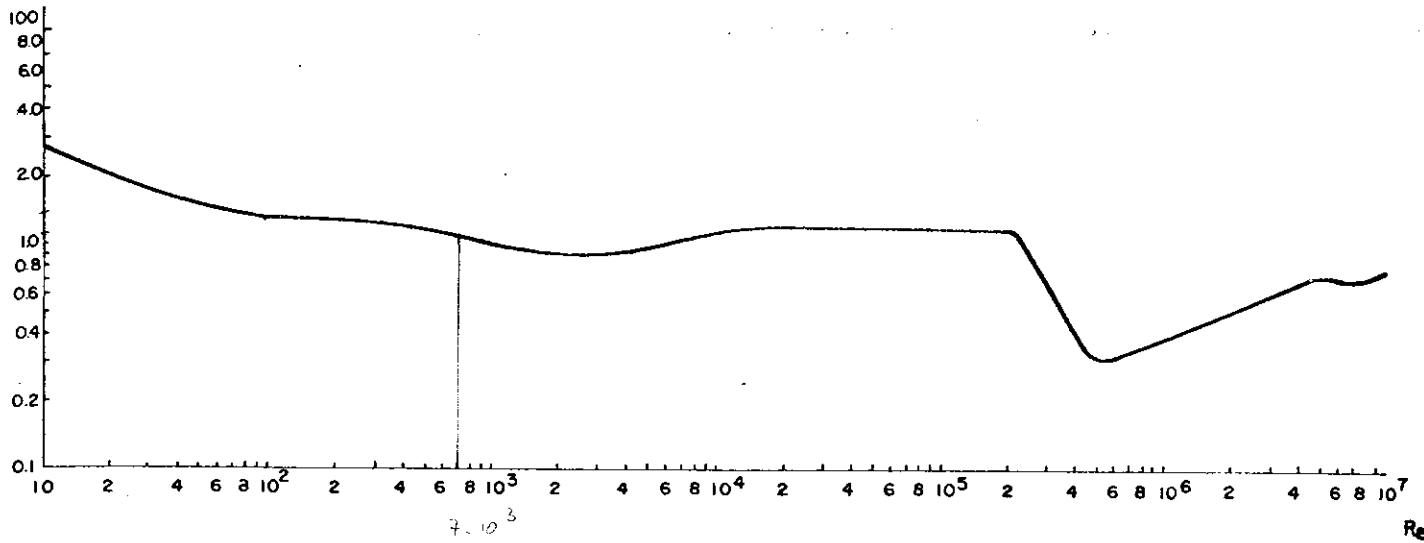


FIGURA II.1

O termo da equação (II.7) proporcional a u^2 decorre do fato de todos os fluídos reais terem viscosidade, o que acarreta a formação da camada limite. O termo proporcional a \dot{u} decorre do fato de que o campo de forças que está acelerando o fluído tentará acelerar também o cilindro. Este termo existe mesmo que se considerem fluídos perfeitos. O coeficiente C_M vale 2 para cilindros.

A expressão para a força de sustentação por unidade de comprimento \bar{e} é similar a da força de arraste,

$$F = \frac{1}{2} C_L \rho D u^2, \quad (II.8)$$

onde C_L é o coeficiente de sustentação.

II.4 - ONDAS

A força exercida pelas ondas sobre um "riser" depende de seus campos de velocidade e de aceleração. Estes podem ser calculados por equações cuja validade depende basicamente da razão entre o comprimento de onda (λ) e a profundidade (d). Nas perfurações realizados por semi-submersíveis, a razão d/λ é sempre superior a 1/10, e assim os campos podem ser calculados com precisão suficiente através da teoria de Stokes de segunda ordem [14]. As expressões para as componentes horizontal (u_0) e vertical (v_0) do campo de velocidades são [20]:

$$u_0 = \frac{\pi H}{T} \frac{\cosh 2\pi(\eta+d)/\lambda}{\sinh 2\pi d/\lambda} \cos 2\pi\left(\frac{\xi}{\lambda} - \frac{t}{T}\right) + \frac{3}{4} \frac{\pi H}{T} \frac{\pi H}{\lambda} \frac{\cosh 4\pi(\eta+d)/\lambda}{\sinh^4 2\pi d/\lambda} \cos 4\pi\left(\frac{\xi}{\lambda} - \frac{t}{T}\right), \quad (II.9)$$

$$v_0 = \frac{\pi H}{T} \frac{\sinh 2\pi(\eta+d)/\lambda}{\sinh 2\pi d/\lambda} \sin 2\pi\left(\frac{\xi}{\lambda} - \frac{t}{T}\right) + \frac{3}{4} \frac{\pi H}{T} \frac{\pi H}{\lambda} \frac{\sinh 4\pi(\eta+d)/\lambda}{\sinh^4 2\pi d/\lambda} \sin 4\pi\left(\frac{\xi}{\lambda} - \frac{t}{T}\right) \quad (II.10)$$

onde H e T são a altura e o período de onda, respectivamente, t é o tempo, ξ e η são coordenadas espaciais (ver figura II.2). η é medido a partir do nível da água em repouso. A relação entre os sistemas (ξ, η) e (u, y) é (ver figura I.1)

$$u = \xi \quad (II.11)$$

$$y = \eta + l \quad (II.12)$$

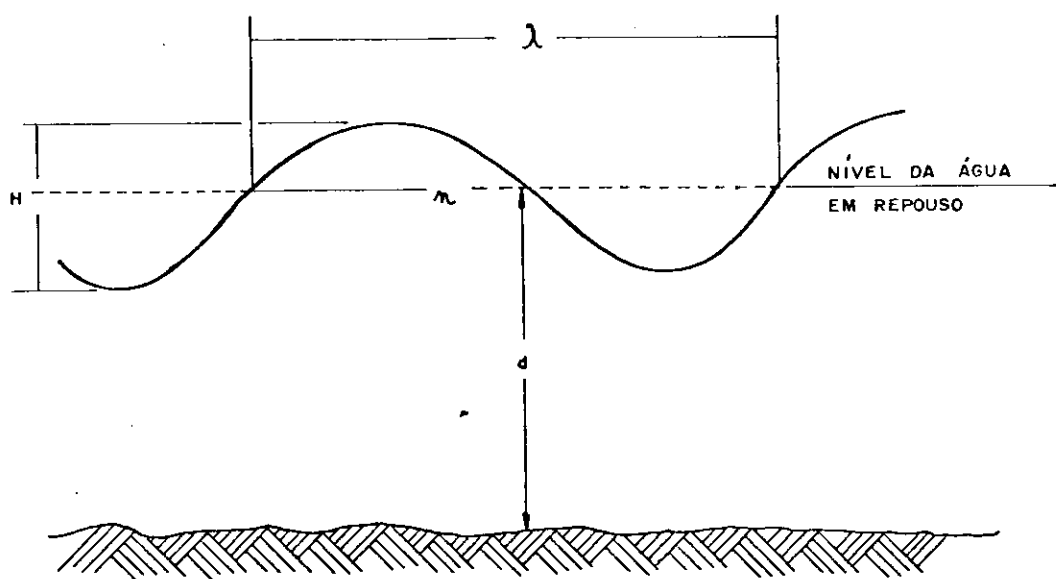


FIGURA II.2

As expressões para as componentes \dot{u}_0 e \dot{v}_0 da aceleração podem ser obtidas derivando-se as expressões de u_0 e v_0 com respeito ao tempo.

Ao contrário de um fluxo unidirecional, a velocidade e a aceleração de onda variam em direção e em módulo com o tempo. Assim, a equação (II.7) não é estritamente aplicável. Na prática, despreza-se o efeito da componente v_0 em comparação com as outras forças verticais agindo no "riser" (a tração do sistema hidráulico, por exemplo). Chega-se deste modo à equação pro-

posta por Morrison para a força de onda [20]:

$$F = \frac{1}{2} C_D \rho D u_0 |u_0| + C_M \rho \frac{\pi D^2}{4} \dot{u}_0, \quad (\text{II.13})$$

onde o termo u^2 da equação (II.7) foi substituído por $u_0 |u_0|$ para indicar que esta parcela da força tem o mesmo sentido de u_0 .

Experiências mostram que o valor de C_M a ser usado na equação (II.13) continua bem próximo de 2[1]. O valor de C_D , porém, apresenta maior dispersão, dependendo agora do número de Reynolds (Re) e do parâmetro de Jeulegan-Carpenter (K_C), definido por

$$K_C = \frac{u_{0m} T}{D}. \quad (\text{II.14})$$

Nesta equação, u_{0m} representa o valor máximo de u_0 . O valor de C_D é dado na figura (II.3), retirada de Blevins [1].

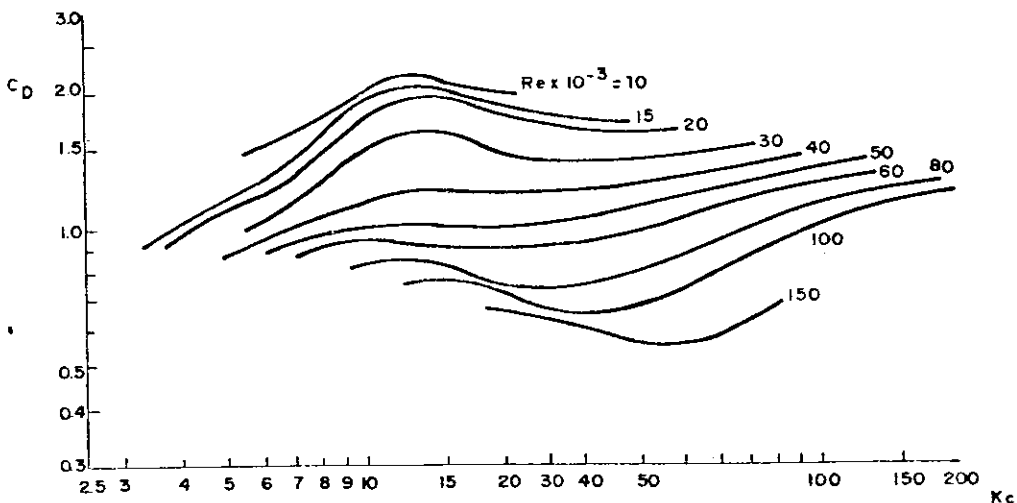


FIGURA II.3

A interpretação física do parâmetro de Keulegan-Carpenter é simples. Ele mede a razão entre o deslocamento horizontal de uma partícula de água (que é proporcional a $u_{0m}T$) e o diâmetro do "riser". Pode-se dizer, sem maior rigor, que ele dá uma indicação da "unidirecionalidade" do fluxo.

Por razões expostas a seguir, não se consideram na tese vibrações transversais induzidas por ondas.

II.5 - CORRENTES

As ondas a que um "riser" fica submetido quando em operação são normalmente de pequena altura. Caso o mar se torne muito violento, o "riser" é desconectado e a perfuração é interrompida até que as condições naturais permitam o seu reinício. Assim, os esforços provocados pelas ondas em condições operacionais limitam-se apenas à parte superior do "riser". Esta foi uma razão porque não se levou em conta as vibrações transversais causadas pelas ondas. Ao contrário, os esforços provocados pelas correntes podem se fazer sentir ao longo de todo o "riser".

A velocidade de corrente pode variar com a profundidade, inclusive invertendo a direção. Entretanto, a mudança da velocidade com o tempo é extremamente lenta. Assim, a força de arraste por unidade de comprimento pode ser calculada por

$$F = \frac{1}{2} C_D \rho D u_c^2, \quad (II.15)$$

onde u_c é a velocidade de corrente. Por se tratar de um fluxo unidirecional (em um ponto determinado), o valor de C_D desta equação pode ser determinado através da figura (II.1).

A força combinada de ondas e correntes depende, naturalmente, das respectivas direções. Ela será máxima quando a direção da corrente coincidir com a das ondas. Neste caso,

$$F = \frac{1}{2} C_D \rho D (u_0 + u_c) |u_0 + u_c| + C_M \frac{\pi D^2}{4} \dot{u}_0 \quad (II.16)$$

De acordo com Blevins [1], não há resultados experimentais que possam ser usados para determinar os valores de C_D e C_M em fluxos combinados. Entretanto, se o efeito do fluxo unidirecional é muito maior que o do fluxo alternativo, os valores destes coeficientes se aproximam dos valores correspondentes ao primeiro. Isto é exatamente o que acontece com um "riser", já que o efeito das ondas só é sensível na sua parte superior.

A força de sustentação pode ser calculada por uma expressão similar a (II.8), substituindo-se u por u_c . Ela será estudada com mais detalhes no capítulo V.

CAPÍTULO III

ANÁLISE ESTÁTICA

III.1 - INTRODUÇÃO

Em condições normais de operação um "riser" não apresenta vibrações transversais consideráveis. Caso contrário, poderia ocorrer uma ruptura por fadiga mesmo que as tensões estejam bem abaixo do limite de escoamento. Para evitar vibrações, como já foi dito, as frequências naturais do "riser" devem ser bem distintas da frequência de formação de vórtices, de modo que o efeito da força de sustentação pode ser negligenciado. Por sua vez, a força de arraste (a excessão da região sujeita às ondas) praticamente não varia com o tempo, como explicado no item II.1.

As considerações acima explicam o fato de se dimensionar um "riser" a partir de uma análise estática.

Neste capítulo, será mostrada a redução da equação (II.1) para o caso estático, o funcional correspondente e a solução através do MEF. A partir do valor dos deslocamentos nodais, serão calculadas as tensões. A partir desta análise, foi escrito um programa em Fortran que permite realizar automaticamente os cálculos necessários ao dimensionamento de um "riser".

III.2 - SOLUÇÃO PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Para o caso estático e um cilindro com seção uniforme, a equação (II.1) se transforma em

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} - \frac{d}{dx} \left(P \frac{dy}{dx} \right) = F . \quad (\text{III.1})$$

Resolver esta equação é equivalente a minimizar o funcional [15]

$$\frac{1}{2} EI \int_0^{\ell} \left(\frac{d^2 y}{dx^2} \right)^2 dx + \frac{1}{2} \int_0^{\ell} P \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 dx - \int_0^{\ell} F y dx . \quad (\text{III.2})$$

A minimização pode ser feita de modo aproximado usando-se o MEF. Em um elemento i , a deflexão pode ser expressa por

$$y = w_{2i-1} \bar{y}_1 + w_{2i} \bar{y}_2 + w_{2i+1} \bar{y}_3 + w_{2i+2} \bar{y}_4 \quad (\text{III.3})$$

onde w_{2i-1} e w_{2i} são, respectivamente, o deslocamento e a rotação do nó i , w_{2i+1} e w_{2i+2} as grandezas correspondentes do nó $i+1$. As funções de interpolação são dadas por [2]

$$\bar{y}_1 = 1 - 3 \left(\frac{\bar{x}}{L_i} \right)^2 + 2 \left(\frac{\bar{x}}{L_i} \right)^3, \quad (\text{III.4})$$

$$\bar{y}_2 = \left[\frac{\bar{x}}{L_i} - 2 \left(\frac{\bar{x}}{L_i} \right)^2 + \left(\frac{\bar{x}}{L_i} \right)^3 \right] L_i, \quad (\text{III.5})$$

$$\bar{y}_3 = 3\left(\frac{\bar{x}}{L_i}\right)^2 - 2\left(\frac{\bar{x}}{L_i}\right)^3, \quad (\text{III.6})$$

$$\bar{y}_4 = \left[-\left(\frac{\bar{x}}{L_i}\right)^2 + \left(\frac{\bar{x}}{L_i}\right)^3 \right] \quad (\text{III.7})$$

onde \bar{x} é medido a partir do nó i e L_i é o comprimento do elemento i .

Admitindo uma variação linear para o carregamento F no elemento i , vem

$$F(\bar{x}) = f_0 + f_1 \bar{x} \quad (\text{III.8})$$

Introduzindo as expressões (III.3) a (III.8) no funcional (III.2) e minimizando-o com respeito aos deslocamentos nodais w_k , obtêm-se a matriz de rigidez $[k_i]$ e o vetor carregamento $[f_i]$ do elemento i (ver Apêndice D). A matriz $[k_i]$ é a soma

$$[k_i] = [k_{1i}] + [k_{2i}] + [k_{3i}], \quad (\text{III.9})$$

onde $[k_{1i}]$ é a rigidez devido à flexão, $[k_{2i}]$ é a rigidez devido à tração e $[k_{3i}]$ é a rigidez devido à variação da tração. Assim, $[k_{1i}]$ é a matriz de uma viga flexionada sem esforços axiais, $[k_{2i}]$ é a contribuição da força axial P_0 agindo no início do elemento, e $[k_{3i}]$ é a contribuição do aumento da força axial ao longo do elemento, o que ocorre de acordo com uma lei linear como mostrado na equação (II.3).

Montando as matrizes dos elementos, obtem-se a equação matricial de equilíbrio:

$$[k] [w] = [F] \quad (\text{III.10})$$

As condições de contorno a serem introduzidas em (III.10) são:

i) em $x = 0$, $y = 0$. Portanto,

$$w_1 = 0; \quad (\text{III.11})$$

ii) em $x = \ell$, $y = \delta$ (onde δ é a deriva da semisubmersível). Portanto,

$$w_{2n+1} = \delta, \quad (\text{III.12})$$

sendo n o número de elementos.

Introduzidas as condições de contorno (III.11) e (III.12), a equação (III.10) pode ser resolvida. (No programa AERP, usou-se o método de eliminação de Gauss).

Obtidos os deslocamentos w_i , o momento fletor no nó i (M_i) pode ser calculado por

$$M_i = -EI w_i'' , \quad (\text{III.13})$$

onde

$$\begin{aligned}
 W_i'' = & \frac{3}{L_{i-1}^2} W_{2i-3} + \frac{1}{L_{i-1}} W_{2i-2} - 3\left(\frac{1}{L_{i-1}^2} + \frac{1}{L_i^2}\right) W_{2i-1} + \\
 & + 2\left(\frac{1}{L_{i-1}} - \frac{1}{L_i}\right) W_{2i} + \frac{3}{L_i^2} W_{2i+1} - \frac{1}{L_i} W_{2i+2}
 \end{aligned} \quad (\text{III.14})$$

A tensão de flexão máxima (σ_i) no nó i será

$$\sigma_i = \frac{|M_i| D}{2I} \quad (\text{III.15})$$

e a tensão (τ_i) devido à força de tração no nó i (P_i) será

$$\tau_i = \frac{4P_i}{\pi(D^2 - D_i^2)} \quad (\text{III.16})$$

Combinando as tensões σ_i e τ_i , obtem-se as tensões máxima (σ_i^+) e mínima (σ_i^-) agindo na seção i do "riser":

$$\sigma_i^+ = \tau_i + \sigma_i \quad (\text{III.17})$$

$$\sigma_i^- = \tau_i - \sigma_i \quad (\text{III.18})$$

Comparando-se os valores de σ_i^+ e σ_i^- das diversas seções com a tensão admissível do material, pode-se dizer saber se o "riser" está ou não bem dimensionado.

III.3 - PROGRAMA. ANÁLISE DE RESULTADOS

Foi elaborado um programa em Fortran - AERP (Análise Estática de "Risers" de Perfuração) - que possibilita o cálculo de deformações, rotações e tensões em um "riser", e ainda de suas três primeiras frequências naturais de vibração. O programa considera a matriz de rigidez como um vetor e opera apenas os elementos que ficam dentro da banda, levando ainda em conta a simetria da matriz, de modo a reduzir o tempo de processamento. Ele permite analisar rapidamente a influência dos diversos fatores no comportamento do "riser", desde a tração aplicada pelo sistema hidráulico até as condições de mar.

A estrutura do programa é linear, constando das seguintes etapas:

1. Leitura e impressão de dados.
2. Cálculo e impressão das três primeiras frequências naturais (ver o capítulo IV).
3. Divisão do "riser" em elementos finitos.
4. Cálculo das velocidades de onda e de corrente nos pontos nodais.
5. Cálculo da matriz de rigidez e do vetor carregamento.

6. Introdução de condições de contorno na equação de equilíbrio (III.10).
7. Solução da equação de equilíbrio através do método de eliminação de Gauss. Com isto são determinados os deslocamentos e rotações dos pontos nodais.
8. Cálculo dos momentos e tensões nos pontos nodais.
9. Impressão dos resultados.

Uma listagem do programa AERP está apresentada no Apêndice E.

Resultados do programa AERP foram comparados com a saída de um programa da companhia E, utilizando na análise de um "riser" para a foz do Amazonas. As características principais do "riser" foram as seguintes:

diâmetro externo:	0,6096 m
diâmetro interno:	0,5842 m
comprimento:	222,34 m
tração aplicada:	142706 kgf
deriva da semisubmersível:	6,67 m
altura de onda:	3,66 m
corrente na superfície:	2,06 m/s
corrente a 142 m:	0,0 m/s (admitiu-se que a velocidade varia linearmente e que é nula abaixo

Verificou-se uma boa concordância entre os programas, conforme mostra a tabela abaixo.

PROGRAMA	E.	AERP	DIFERENÇA
Deflexão máxima	7,89 m	7,87 m	0,3%
Tensão máxima	1597 kgf/cm ²	1555 kgf/cm ²	2,6%

Além disso, foram feitos cálculos manuais para casos simples de carregamento, obtendo-se novamente boa concordância de resultados.

CAPÍTULO IV

VIBRAÇÕES LIVRES

IV.1 - INTRODUÇÃO

O estudo das vibrações livres não é normalmente usado no dimensionamento de um "riser". Entretanto, se forem esperadas fortes correntes marinhas no local de perfuração, é conveniente conhecer as frequências naturais de vibração e compará-las com as frequências de excitação esperadas.

O cálculo das frequências naturais é ainda necessário para o estudo das vibrações induzidas por vórtices. Ele poderia ter sido feito através do MEF. Entretanto, devido às simplificações feitas no capítulo V acerca dos modos de vibração, preferiu-se utilizar um processo mais direto de modo a comprovar que as simplificações eram aceitáveis.

Como no capítulo V, não se considera aqui o efeito da deriva da semisubmersível. Outra simplificação adotada nestes dois capítulos foi tomar a massa do "riser" como uniforme, isto é, não se considerou a variação devido a massa adicional na parte emersa do "riser". Em vez disso, utilizou-se um valor médio. A força de tração, porém, foi considerada como tendo uma variação linear, ao contrário do capítulo V, onde a tração foi tomada como constante e igual ao seu valor real médio.

O problema de autovalor foi resolvido usando-se as equações de Lagrange.

IV.2 - MODOS NATURAIS DE VIBRAÇÃO

Devido a liberdade de rotação dos seus pontos inferior e superior, a deflexão de um "riser" pode ser tomada como

$$y(x, t) = \sum_{i=1}^n \phi_i(x) q_i(t), \quad (IV.1)$$

onde n é um número inteiro maior ou igual a 1 (no programa AERP tomou-se $n = 3$), e

$$\phi_i(x) = \sqrt{\frac{2}{m\ell}} \sin \frac{i\pi x}{\ell} \quad (IV.2)$$

A energia cinética correspondente é

$$T = \frac{1}{2} \int_0^{\ell} m(\dot{y})^2 dx, \quad (IV.3)$$

$$= \frac{1}{2} \sum_i \sum_j \dot{q}_i \dot{q}_j \delta_{ij}, \quad (IV.4)$$

onde o ponto indica derivação com respeito do tempo, os somatórios (aqui e no restante do capítulo) vão de 1 a n e δ_{ij} é o delta de Kronecker.

A energia potencial correspondente será

$$V = \frac{1}{2} \int_0^{\ell} EI(y'')^2 dx + \frac{1}{2} \int_0^{\ell} P(y')^2 dx, \quad (\text{IV.5})$$

$$= \frac{1}{2} \sum_i \sum_j q_i q_j k_{ij}, \quad (\text{IV.6})$$

onde o apóstrofe indica derivação com respeito a x , e

$$k_{ii} = \frac{i^4 \pi^4}{\ell^4} \frac{ES}{m} + \frac{i^2 \pi^2}{m \ell^2} \frac{2P_0 + P_1 \ell}{2}, \quad (\text{IV.7})$$

e, para $i \neq j$,

$$k_{ij} = - \left[1 + (-1)^{i+j+1} \right] \frac{2P_1}{m \ell} \frac{ij}{(i^4 - j^4)^2}.$$

$$\left[(i^4 + 3j^4)^2 + (j^4 + 3i^4)^2 \right]. \quad (\text{IV.8})$$

Pode-se notar que o termo $(2P_1 + P_1 \ell)/2$ representa o valor médio da tração do "riser". Além disso, se $P_1 = 0$, $k_{ij} = 0$ para $i \neq j$.

Utilizando-se as equações de Lagrange, chega-se a equação das vibrações livres [15]:

$$[I]\{\ddot{q}\} + [k]\{q\} = \{0\} \quad (\text{IV.9})$$

onde $[I]$ é a matriz identidade e $[K]$ é a matriz de rigidez conforme definida por (IV.7) e (IV.8). Supondo-se $\{q\}$ periódica, chega-se ao problema de autovalor

$$([K] - \omega^2 [I]) \{q\} = \{0\}, \quad (IV.9)$$

onde ω é uma frequência natural.

A solução de (IV.9) permite encontrar os modos naturais de vibração na forma

$$\Phi^r(x) = \sum_i \lambda_i^y \Phi_i(x), \quad (IV.10)$$

ou seja, um somatório de senos. Se P_1 fosse nulo, a matriz $[K]$ seria diagonal e os modos seriam simplesmente

$$\Phi^r(x) = \Phi_r(x) \quad (IV.11)$$

Um exame das equações (IV.7) e (IV.8) mostra que, exceto para os elementos da diagonal, $k_{ij} = 0$ quando $i+k$ é par. E mesmo quando $k_{ij} = 0$ ($i \neq j$), o seu valor absoluto é bastante inferior ao elemento correspondente k_{jj} da diagonal para um "riser" típico. Para este, λ_r^r é cerca de 100 ou mais vezes o módulo dos outros coeficientes λ_i^r para $i \neq r$ (ver equação IV.10). Em outras palavras, na matriz dos autovetores os elementos da diagonal são em módulo muito maiores que os elementos fora da diagonal. Portanto, os modos naturais podem ser tomados com

boa aproximação através da equação (IV.11).

Fisicamente, o fato de os modos de uma viga biapoiada com tração variável serem aproximadamente senos, não deve surpreender. Basta lembrar, que cordas e vigas biapoiadas com tração constante (ou nula) têm modos de vibração da forma (IV.11). Para o caso de tração variável, torna-se o valor médio da tração para cálculo.

Os valores aproximados das frequências ω_i serão, simplesmente,

$$\omega_i = \sqrt{k_{ii}} . \quad (IV.12)$$

IV.3 - EXEMPLO NUMÉRICO

O programa AERP calcula, além das tensões estáticas, as três primeiras frequências naturais de "risers" de perfuração. Para isso, utiliza as equações exatas (IV.7) e (IV.8) em vez da aproximação (IV.12), que é utilizada pelo programa ADRP (ver capítulo V).

Como exemplo, foi estudado o "riser" cujas características básicas foram dadas na seção III.3. O programa ADRP forneceu as seguintes frequências naturais:

Primeira: 0,078 Hz;

Segunda: 0,167 Hz;

Terceira: 0,551 Hz.

Para uma corrente marítima de 1 nō (0,51 m/s), a frequência excitadora induzida por vórtices será de 0,17 Hz, conforme será visto no capítulo V. A proximidade entre a frequência excitadora e a segunda frequência natural permite supor que o "riser" deverá sofrer séries vibrações quando a corrente tiver a velocidade de 1 nō. Um modo de contornar o problema seria modificar as frequências naturais do "riser", variando a tração aplicada a seu topo ou mudando suas dimensões. Entretanto, convem lembrar que a corrente muda de velocidade durante o dia, e com isso a frequência de excitação por vórtices também varia. Foi esta uma das razões que levou à tentativa de ser colocar aerofólios ao longo do "riser" de modo a torná-lo aerodinâmico [18].

Os dois primeiros modos de vibração (não foram fornecidos pelos programas mas calculados manualmente) são, a menos do fator de normalização:

$$\begin{aligned} \text{primeiro: } 1,0 \sin \pi x/\ell + 3,1(10^{-2})\sin 2\pi x/\ell + \\ + 3,0(10^{-4})\sin 3\pi x/\ell; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{segundo: } -3,1(10^{-2})\sin \pi x/\ell + 1,0 \sin 2\pi x/\ell + \\ + 1,1(10^{-2})\sin 3\pi x/\ell . \end{aligned}$$

Estes resultados concordam com o que foi dito na seção IV.2, mostrando que os modos de vibração são dados com aproximação razoável pela equação (IV.12), isto é, são quase senoidais.

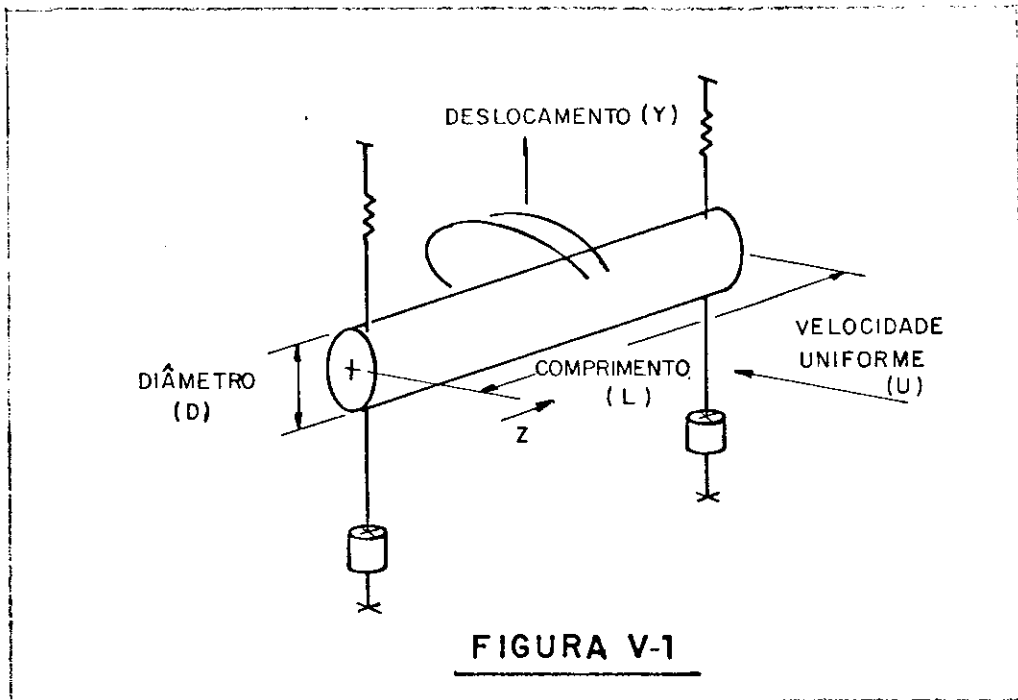
CAPÍTULO V

VIBRAÇÕES INDUZIDAS POR VÓRTICES

V.1 - INTRODUÇÃO

Em áreas de fortes correntezas "risers", podem sofrer fortes vibrações provocadas por vórtices. Isto pode levar a atrasos consideráveis na perfuração de poços, como acontece, por exemplo, na costa do Amapá [16, 17]. Nos capítulos anteriores foi apresentada uma análise estática que possibilita o dimensionamento de "risers" em condições normais de operação e uma outra sobre o cálculo de frequências naturais. Aqui, será apresentado um modelo matemático para o cálculo das vibrações induzidas por vórtices. A partir da forma assumida para a deflexão do "riser", será possível calcular as tensões.

A rigor, a solução deste problema deveria partir do cálculo da força de sustentação através da integração da pressão na superfície externa do "riser". Isto exigiria, entretanto, a solução das equações de Navier-Stokes, o que é impossível. Por isso, Hartlen e Currie [7] postularam uma equação para a força de sustentação em cilindros rígidos (ver figura V.1), a partir de experiências em laboratório.



Vibrações induzidas por vórtices foram estudadas por vários autores. Skop e Griffin e seus colaboradores [4, 5, 6, 18] adotaram formas modificadas da equação de Hartlen e Curie em seus modelos matemáticos, a fim de obter concordância entre valores teóricos e experimentais. Em seus modelos, o cilindro é considerado como um oscilador linear e a força de sustentação como uma excitação não-linear. Iwans e Blevins [9] propuseram uma outra formulação, considerando o cilindro como oscilador não-linear. De acordo com Blevins [1], porém, as grandezas que controlam o valor da amplitude de vibração prevista são os mesmos em ambos os casos. Todos estes autores alegam uma boa concordância entre resultados teóricos e experimentais.

Posteriormente (1975), Skop e Griffin estenderam o seu modelo para cilindros flexíveis [19]. O argumento usado para a generalização foi a observação de que em cabos flexíveis o processo de vórtices em uma determinada seção do cabo é fortemen

te dependente da amplitude local de vibração, não sendo, porém, praticamente influenciada pelo comportamento das seções vizinhas.

Neste capítulo, será feita a aplicação do modelo de Skop e Griffin ao estudo das vibrações de um cilindro flexível tracionado imerso em um fluido com velocidade constante. Esta é uma modelização grosseira de um "riser". Entretanto, como visto no capítulo anterior, as frequências e modos naturais de vibração nesta modelização são bastante próximos dos reais.

O modelo de Skop e Griffin leva a um sistema de equações diferenciais com termos cúbicos. O número de equações do sistema é igual ao número de termos em que a força de sustentação for expandida (através de uma série de Fourier truncada) mais, naturalmente, a equação do movimento do cilindro. Por sua vez, o número de termos em cada equação varia com o cubo do número de termos da expansão. Desta forma, com apenas uns poucos termos, a solução do sistema se torna extremamente trabalhosa. Além disso, os osciladores não-lineares que representam os diferentes termos da expansão apresentam ressonância complexa (ou múltipla) pois suas frequências "naturais" são aproximadamente iguais. Isto dificulta a aplicação de métodos tradicionais de solução, tal como o balanço harmônico. Evitando este problema, Skop e Griffin simplesmente ignoraram o acoplamento entre os termos não-lineares das equações, o que entretanto pode acarretar diferenças apreciáveis nos valores calculados das deflexões. O método da forma normal (ver seção V.4) permite resolver o sistema de maneira

mais exata, pois se aplica ao caso de ressonâncias complexas, além de reduzir drasticamente o número de termos das equações não-lineares através de mudança de variáveis.

V.2 - DESCRIÇÃO DO FENÔMENO

Quando uma partícula de fluido se choca contra o ponto anterior de um corpo não-aerodinâmico, como um cilindro, por exemplo, sua pressão atinge o valor da pressão de estagnação. Ao contornar a superfície do cilindro, a partícula vai perdendo energia devido ao atrito. Como o campo de pressão não é capaz de forçar a camada limite, ela se separa da superfície do cilindro próximo a sua seção de maior largura. Já que a parte interna da camada limite se move mais lentamente que a parte externa, o seu movimento se torna circular ao se separar da superfície do cilindro, dando origem a vórtices. O desprendimento dos vórtices ocasiona uma variação brusca da pressão na superfície do cilindro. Como a separação ocorre próximo a seção de maior largura do cilindro (quando olhado na direção do escoamento), origina-se uma força perpendicular a direção do escoamento, que é a força de sustentação. Como o desprendimento dos vórtices não se dá exatamente na seção de maior largura do cilindro, ele também dá origem a uma força paralela ao escoamento. Esta, porém, tem uma variação bastante inferior a da força de sustentação, de modo que as vibrações perpendiculares ao escoamento são bem mais severas [1, 19].

Para um cilindro estacionário, a frequência de formação de vórtices (f_s) é função da velocidade do escoamento (u), do diâmetro do cilindro (D) e do número de Strouhal (S), que por sua vez depende do número de Reynolds, conforme mostra a figura V.2, retirada da referência [1]. *Blevins*

$$f_s = \frac{Su}{D} \quad (V.1)$$

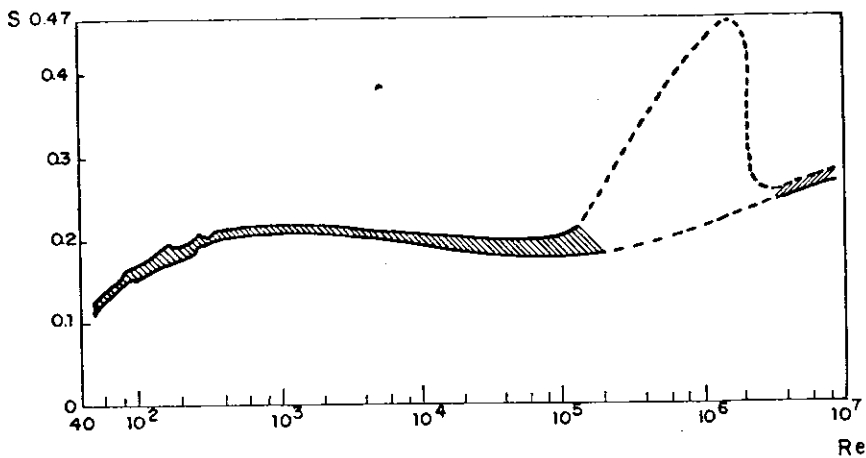


FIGURA V. 2

Entretanto, para um cilindro capaz de vibrar e que tenha uma frequência natural próxima a f_s , a frequência de formação de vórtices se modifica, tornando-se igual a frequência de vibração [1]. Isto é, ocorre uma sincronização entre estas duas frequências. Além disso, os vórtices se separam ao mesmo tempo em diversos pontos ao longo do cilindro, tornando o escoamento bidimensional e aumentando a força de sustentação. A força de arraste (paralela ao escoamento) também é ampliada em até 80% sobre o seu valor em um cilindro estacionário similar [1], pois como os vórtices não são lançados exatamente na seção de maior lar

gura do cilindro, eles também contribuem para a força de arraste.

A sincronização entre as frequências de vibração do cilindro e de formação de vórtices faz com que estes sejam lançados a cada vez que o cilindro esteja em sua máxima amplitude, isto é, os vórtices são lançados duas vezes em cada ciclo e de pontos quase opostos do cilindro. Entretanto, a medida que a amplitude de vibração de cilindro aumenta e atinge cerca de meio diâmetro, o modo de formação de vórtices deixa de ser simétrico com o aparecimento de um terceiro vórtice em cada ciclo. A perda de simetria torna o fenômeno instável e limita a força de sustentação. O crescimento da força de sustentação para pequenas amplitudes e sua limitação posterior com o aumento das vibrações levou Harten e Curie [7] a sugerir uma equação do tipo van der Pol para a força de sustentação.

Foi mostrado por King, Prosser e Johns [12] que a deflexão (y) de um cilindro rígido pode ser expressa como

$$y = y_1(f_n, m, D, u, \rho, \xi; S) \quad (V.2)$$

onde f_n é a frequência natural do cilindro, m sua massa virtual, ρ a massa específica do fluido e ξ o coeficiente de amortecimento. As outras grandezas já foram definidas neste capítulo, sendo a notação a mesma dos capítulos anteriores.

A análise dimensional leva a seguinte equação

$$\frac{y}{D} = y_2\left(\frac{u}{f_n D}, \frac{m}{\rho D^2}, \xi; S\right) \quad (V.3)$$

Griffin, Skop e Koopman [6] mostraram, através da análise de resultados experimentais, que a amplitude depende fracamente da velocidade reduzida ($u/f_n D$), e que os outros poderiam ser agrupados em outro adimensionamento chamado amortecimento reduzido (S_G), definido por

$$S_G = (2\pi S)^2 \cdot \xi \cdot \frac{2m}{\rho D^2} \quad (V.4)$$

os fatores numéricos nesta equação foram introduzidos por conveniência, naturalmente.

Entretanto, devido a necessidade de ajustar curvas a pontos experimentais, os autores citados acima tiveram que conservar ξ como um adimensional independente. Assim, a equação (V.3) pode ser escrita como

$$\frac{y}{D} = y_3(S_G; \xi) \quad (V.5)$$

V.3 - O MODELO DE SKOP E GRIFFIN

V.3.1 - Cilindro Rígido

A equação do movimento do cilindro rígido da figura V.1 é

$$\frac{\ddot{y}}{D} + 2\xi\omega_n \frac{\dot{y}}{D} + \omega_n^2 \frac{y}{D} = \frac{1}{2M} \rho u^2 C_L \quad (V.6)$$

onde

$$\omega_n = 2\pi f_n \quad (V.7)$$

Nestas equações, ξ e f_n são os valores do amortecimento e da frequência natural do cilindro imerso em água parada. A variação destas grandezas, amortecimento e frequência natural, devido ao escoamento do fluido é absorvida pelo coeficiente de sustentação C_L . No caso específico de ω_n , supõe-se que a rigidez das moças e a massa virtual do cilindro são pouco (ou nada) afetados pelo escoamento.

Fazendo

$$\omega_s = 2\pi f_s \quad (V.8)$$

e retirando o valor de f_s da equação (V.1), vem

$$\omega_s = 2\pi \frac{Su}{D} \quad (V.9)$$

Tirando o valor de n desta equação e substituindo em (V.6), vem

$$\frac{\ddot{y}}{D} + 2\xi\omega_n \frac{\dot{y}}{D} + \omega_n^2 \frac{y}{D} = v \omega_s^2 C_L \quad (V.10)$$

onde

$$v = \frac{\rho D^2}{8\pi^2 m S^2} \quad (V.11)$$

Comparando a expressão de v com a do amortecimento reduzido S_G (V.4), nota-se que

$$v = \frac{\xi}{S_G} \quad (V.12)$$

Falta ainda definir a expressão do coeficiente de sustentação. A expressão para C_L postulada por Skop e Griffin [19] é

$$\begin{aligned} \ddot{C}_L + \omega_s^2 C_L - \left[C_{L0}^2 - C_L^2 - \left(\frac{\dot{C}_L}{\omega_s} \right)^2 \right] (\omega_s G \dot{C}_L - \omega_s^2 H C_L) = \\ = \omega_s F \frac{\dot{y}}{D}, \end{aligned} \quad (V.13)$$

onde C_{L0} , F , G e H são parâmetros experimentais e positivos. Para pequenos valores de C_L , o coeficiente de \dot{C}_L é negativo; deste modo C_L tende a crescer. Para grandes valores de C_L , o coeficiente de \dot{C}_L é positivo; então C_L tende a diminuir. A equação postulada para C_L prevê portanto que a força de sustentação tende a um valor limite, conforme mostram as experiências. Para um escoamento sobre um cilindro estacionário, a equação de C_L apresenta como solução exata

$$C_L = C_{L0} \sin \omega_s t. \quad (V.14)$$

Para números de Reynolds entre 10^2 e 10^5 , pode-se tomar [19] $C_{L0} = 0,30$ e $S = 0,21$.

A fim de determinar expressões empíricas para os parâmetros F , G e H , Skop e Griffin usaram o fato de que os adimensionais que mais influenciam a amplitude de vibração são o amortecimento ξ e o amortecimento reduzido S_G . Ajustando pontos experimentais com curvas teóricas, chegaram as seguintes expressões:

$$\log G = 0,25 - 0,21 S_G, \quad (V.15)$$

$$\log HS_G^2/\xi = -0,24 + 0,66 S_G, \quad (V.16)$$

$$F = \frac{4\xi GS_G}{H}, \quad (V.17)$$

onde \log representa logaritmo decimal.

A fim de resolver o sistema formado pela equação do movimento (V.9) e a do coeficiente de sustentação (V.12), Skop e Griffin utilizaram o método do balanço harmônico. Como se sabe, neste método se supõe que as equações são fracamente não lineares e as soluções periódicas são quase harmônicas, isto é, aproximadamente senoidais. Ao se substituir as soluções postuladas nas equações, faz-se o balanço dos termos com frequência fundamental, desprezando-se os termos de frequências superiores. Assim, fazendo-se

$$\frac{y}{D} = A \sin(\omega t - \psi), \quad (V.18)$$

$$\frac{C_L}{C_{L0}} = B \sin \omega t, \quad (V.19)$$

e supondo-se que na ressonância $\omega \approx \omega_s$ e $\omega \approx \omega_n$, chega-se a

$$A = \frac{BC_{L0}}{S_G \sqrt{\gamma^2 + 4}} \quad (V.20)$$

$$B^2 = 1 - \frac{F}{GS_G C_{L0}^2} \cdot \frac{\gamma}{\gamma^2 + 4} \quad (V.21)$$

sendo o ângulo de fase dado por

$$\psi = \arctan\left(-\frac{2}{\gamma}\right). \quad (V.22)$$

O parâmetro γ foi definido como

$$\gamma = \frac{2}{\xi} \left(\frac{\omega}{\omega_n} - 1 \right) \quad (V.23)$$

devendo satisfazer a equação

$$\gamma^3 - r\gamma^3 - 4\left(r - \frac{F}{2\xi S_G}\right) = 0, \quad (V.24)$$

onde, ainda por definição,

$$r = \frac{2}{\xi} \left(\frac{\omega_s}{\omega_n} - 1 \right). \quad (V.25)$$

De acordo com Skop e Griffin, para se ter um movimento estável é necessário que $\omega_n < \omega_n$ sendo ω_n a frequência de ressonância. Esta última desigualdade também ocorre com osciladores lineares amortecidos quando excitados por uma força periódica. Assim, determinando-se a raiz negativa γ de (V.24), a frequência de vibração ω pode ser calculada por (V.23), a amplitude A por (V.20), a amplitude da força de sustentação B por (V.21) e o ângulo de fase ψ por (V.22).

Existe, entretanto um modo mais simples de resolver este problema. Arbitrando-se ω , isto é, a frequência de oscilação, determina-se γ e com isto as amplitudes A e B e o ângulo de fase ψ . Determina-se r por (V.24) e ω_s por (V.25). Este método equivale a determinar qual a velocidade de escoamento (pois

ω_s e u estão relacionados por (V.9); que fará o cilindro vibrar com frequência ω . Repetindo-se os cálculos para várias frequências ω , pode-se construir a curva da resposta do cilindro contra a velocidade do fluido. Isto elimina a necessidade de se resolver a equação cúbica (V.24) e de se fazer a hipótese que $\gamma < 0$.

V.3.2 - Cilindro Flexível

A fim de estender o modelo para cilindros flexíveis, os autores [19] partiram do fato de que o processo de formação de vórtices em cabos é fortemente dependente da amplitude local de vibração mas apenas fracamente dependente do comportamento das seções vizinhas. Em outras palavras, a formação de vórtices é um processo localizado. Desta forma, a equação (V.13), que rege o coeficiente de sustentação em um cilindro rígido, pode ser aplicada diretamente na descrição da força de sustentação em um cilindro flexível sem a introdução de derivadas espaciais. Isto é, a força de sustentação em cada elemento do cilindro dependerá apenas do movimento deste elemento.

A deflexão (y) do cilindro flexível foi tomada como

$$y(x,t) = \sum_{i=1}^n \phi_i(x) q_i(t) \quad (V.26)$$

onde $\phi_i(x)$ são as autofunções normalizadas, isto é,

$$\int_0^{\ell} m(x) \phi_i(x) \phi_j(x) dx = \delta_{ij} . \quad (V.27)$$

Como visto no capítulo II, a equação do movimento de um cilindro flexível é

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left(P \frac{\partial y}{\partial x} \right) + m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = F. \quad (V.28)$$

Esta equação não leva em conta o amortecimento. Substituindo a expressão do deslocamento y (V.26) em (V.28), multiplicando-se $\phi_j(x)$ e integrando-se de 0 a ℓ , obtém-se

$$\frac{\ddot{q}_i}{D} + \omega_i^2 \frac{q_i}{D} = \frac{1}{2} \int_0^{\ell} \rho u^2 C_L \phi_i dx , \quad (V.29)$$

pois, pode-se provar [2] que se a equação de normalização (V.27) é obedecida, então

$$\int_0^{\ell} \left[EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^4} - \frac{\partial}{\partial x} \left(P \frac{\partial y}{\partial x} \right) \right] \phi_j(x) dx = \omega_j^2 q_j. \quad (V.30)$$

para $i = j$, sendo a integral nula para $i \neq j$.

Será introduzido agora, de uma forma um tanto artificial, um termo de amortecimento na equação do movimento (V.29). Na realidade, o amortecimento pode ser considerado já na equação (V.28), conforme mostra Clough [2]. A equação do i -ésimo modo de vibração do cilindro fica, então,

$$\frac{\ddot{q}_i}{D} + 2\xi_i \omega_i \frac{\dot{q}_i}{D} + \omega_i^2 \frac{q_i}{D} = \frac{1}{2} \int_0^\ell \rho u^2 C_L \phi_i dx, \quad (V.31)$$

onde ξ_i e ω_i são o coeficiente de amortecimento e a frequência natural de vibração do i-ésimo modo.

Supondo que o coeficiente de sustentação C_L possa ser expandido através das mesmas autofunções do deslocamento y , vem

$$C_L = \sum_i \phi_i(x) Q_i(t) \quad (V.32)$$

(aqui e no resto do capítulo os somatórios se estendem de 1 a n , a menos onde seja explicitado o contrário). Substituindo (V.32) em (V.31), obtém-se

$$\frac{\ddot{q}_i}{D} + 2\xi_i \omega_i \frac{\dot{q}_i}{D} + \omega_i^2 \frac{q_i}{D} = \sum_j v_{ij} Q_j, \quad (V.33)$$

onde

$$v_{ij} = \frac{\rho D^2}{8\pi^2 S^2} \int_0^\ell \omega_s^2 \phi_i \phi_j dx. \quad (V.34)$$

Substituindo-se (V.32) na equação do coeficiente de sustentação (V.13), multiplicando-se por $\phi_j(x)$ e integrando-se, obtém-se

$$\begin{aligned}
& \sum_j \ddot{Q}_j \int \phi_i \phi_j dx - C_{L0}^2 G_i \sum_j \dot{Q}_j \int \omega_s \phi_i \phi_j dx + \\
& + (1 + H_i C_{L0}^2) \sum_j Q_j \int \omega_s^2 \phi_i \phi_j dx + \\
& + \sum_j \sum_k \sum_\ell [G_i \dot{Q}_j Q_k Q_\ell \int \omega_s \phi_i \phi_j \phi_k \phi_\ell dx + \\
& + G_i \dot{Q}_j \dot{Q}_k \dot{Q}_\ell \int \frac{1}{\omega_s} \phi_i \phi_j \phi_k \phi_\ell dx - \\
& - H_i Q_j Q_k Q_\ell \int \omega_s^2 \phi_i \phi_j \phi_k \phi_\ell dx - \\
& - H_i Q_j \dot{Q}_k \dot{Q}_\ell \int \phi_i \phi_j \phi_k \phi_\ell dx] = \\
& = F_i \sum_j \frac{\dot{Q}_j}{D} \int \omega_s \phi_i \phi_j du, \tag{V.35}
\end{aligned}$$

onde as integrais são calculadas ao longo da região em que $\omega_s > 0$, e os parâmetros F_i , G_i e H_i são definidos de forma análoga aos parâmetros F , G e H que aparecem na equação da força de sustentação em um cilindro rígido. Por exemplo,

$$\log G_i = 0,25 - 0,21 S_{G_i} \tag{V.36}$$

Deve-se notar que devido a hipótese da independência de cada elemento do cilindro, estes parâmetros não deveriam depender do modo de vibração i . A equação deve ser entendida como um postulado, portanto. Entretanto, como será visto posteriormente, o coe-

coeficiente de amortecimento ξ_i será igual para todos os modos, dependendo apenas da amplitude de vibração. Com isso, os parâmetros F_i , G_i e H_i serão iguais para todos os modos.

Quando o escoamento \bar{u} é uniforme, ω_s é constante e as equações do movimento (V.33) e do coeficiente de sustentação (V.35) se simplificam bastante devido a ortogonalidade das autofunções. A primeira se torna

$$\frac{\ddot{q}_i}{D} + 2\xi_i\omega_i \frac{\dot{q}_i}{D} + \omega_i^2 \frac{q_i}{D} = \omega_s v_{ii} Q_i \quad (V.37)$$

e a segunda

$$\begin{aligned} \ddot{Q}_i - \omega_s C_{L0}^2 G_i \dot{Q}_i + (1 - H_i C_{L0}^2) \omega_s Q_i + \\ + m \sum_j \sum_k \sum_\ell (\omega_s G_i \dot{Q}_j Q_k Q_\ell + \frac{1}{\omega_s} G_i \dot{Q}_j \dot{Q}_k \dot{Q}_\ell - \\ - \omega_s^2 H_i Q_j Q_k Q_\ell - H_i Q_j \dot{Q}_k \dot{Q}_\ell) \int_0^\ell \phi_i \phi_j \phi_k \phi_\ell dx = \\ = \omega_s F_i \frac{\dot{q}_i}{D} \end{aligned} \quad (V.38)$$

onde agora

$$v_{ii} = \frac{\rho D^2}{8\pi^2 S^2 m} \quad (V.39)$$

No estudo de Skop e Griffin não se considera o tracionamento do cilindro. Para um cilindro bi-apoiado, os modos de vibração são dados exatamente por

$$\phi_i(x) = \sqrt{\frac{2}{m\ell}} \sin \frac{i\pi x}{\ell} \quad (V.40)$$

Substituindo esta equação em (V.38) e determinando-se o valor das integrais, a equação do coeficiente de sustentação fica perfeitamente definida.

O sistema (V.37) e (V.38) foi resolvido por Skop e Griffin através do método do balanço harmônico de maneira similar ao caso do cilindro rígido. Entretanto, para isso os autores desprezaram o acoplamento entre os modos de expansão de C_L considerando no somatório da equação (V.38) apenas os termos correspondentes a $i = j = k = \ell$. Deste modo, para cada modo de vibração do cilindro tem-se um sistema de duas equações de segunda ordem inteiramente análogo ao sistema do cilindro rígido, equações (V.10) e (V.13).

No caso de um cilindro flexível biapoiado em ressonância no primeiro modo, Skop e Griffin encontraram para a amplitude de vibração máxima ($y_{m\bar{a}x}$) a expressão

$$\frac{y_{m\bar{a}x}}{D} = \left[\frac{4}{3} \left(1 - \frac{F_1}{G_1 S_{G1} C_{L0}^2} \cdot \frac{\gamma_1}{\gamma_1^2 + 4} \right) \left(\frac{C_{L0}}{S_{G1}} \right)^2 \frac{1}{\gamma_1^2 + 4} \right]^{1/2} \quad (V.41)$$

Comparação de valores de $y_{m\bar{x}}$ dados por esta fórmula e pelo método da forma normal mostra que ela é razoável para pequenas amplitudes ou grandes amortecimentos. Para condições diversas, porém, ela pode dar valores bastante distorcidos.

Aliás, não se pode a priori desprezar os termos cúbicos de acoplamento só pelo fato de o acoplamento entre os Q_i se fazer por meio dos termos não lineares.

V.4 - SOLUÇÃO PELO MÉTODO DA FORMA NORMAL

A solução do sistema (V.37) e (V.38), que descreve o movimento do cilindro e o coeficiente de sustentação, só foi praticável através do método do balanço harmônico mediante a simplificação drástica de desprezar o acoplamento entre os modos da expansão de C_L . De outra maneira, o número de termos das equações e o fenômeno da ressonância complexa tornaria esse método (ou outro método tradicional) de uma aplicação extremamente trabalhosa. O método da forma normal, que está descrito no Apêndice A, é particularmente adequado para este caso, pois reduz o número de termos das equações através de uma mudança de variáveis e se aplica ao caso de ressonâncias complexas. Inicialmente será apresentada a solução do problema do cilindro rígido e em seguida, a do cilindro flexível.

No caso do cilindro flexível, a solução será dada supondo que ele esteja vibrando em ressonância no primeiro modo. Devido a razões de simetria, detalhadas mais tarde, o coeficien-

te de sustentação C_L só terá termos ímpares em sua expansão. Serão considerados o primeiro e o terceiro termo de sua expansão. As equações a serem resolvidas serão a equação do movimento do cilindro (V.37) e duas equações derivadas de (V.38) fazendo-se $i = 1$ e 3 .

Serão considerados como pequenos parâmetros o amortecimento ξ_i , v_{ij} e C_{L0}^2 , que serão feitos proporcionais a um parâmetro ϵ^2 . Além disso, na ressonância, a diferença $\omega_i^2 - \omega_S^2$ também será um pequeno parâmetro. Será visto que na bifurcação, fazendo-se $\epsilon^2 = 0$, as frequências características das partes lineares serão iguais. Com isso, não será possível aplicar diretamente o método da forma normal, pois não se poderá diagonalizar a parte linear das equações devido a autovalores repetidos com multiplicidade 2. Para contornar esta dificuldade, será considerado o movimento como fracamente não linear e postulados uma forma senoidal para o movimento do cilindro e do primeiro modo da força de sustentação.

V.4.1 - Cilindro Rígido

As equações a serem resolvidas são a do movimento do cilindro

$$\frac{\ddot{y}}{D} + 2\xi \omega_n \frac{\dot{y}}{D} + \omega_n^2 \frac{y}{D} = v \omega_S^2 C_L \quad (V.42)$$

e a do coeficiente de sustentação

$$\ddot{C}_L + \omega_S^2 C_L - [C_{L0}^2 - C_L^2 - (\frac{\dot{C}_L}{\omega_S})^2] (\omega_S G \dot{C}_L - \omega_S^2 H C_L) =$$

$$= \omega_S F \frac{\dot{Y}}{D}, \quad (V.43)$$

que já foram vistas no item (V.3.1).

Considerando-se o movimento como fracamente não linear, as soluções serão quase harmônicas e dadas aproximadamente por senoides. Assim, sejam

$$\frac{Y}{D} = A \sin \omega t \quad (V.44)$$

$$\frac{C_L}{C_{L0}} = B \sin (\omega t + \psi) \quad (V.45)$$

Calculando-se \dot{Y}/D , \ddot{Y}/D e \dot{C}_L/C_{L0} através de derivações e substituindo-se na equação do movimento (V.42), chega-se facilmente a relação entre as amplitudes A e B

$$A = \frac{\omega_S^2 v}{\sqrt{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + (2\xi\omega\omega_n)^2}} B. \quad (V.46)$$

Com isso, pode-se eliminar \dot{Y}/D da equação do coeficiente de sustentação (V.43), pois

$$\frac{\dot{Y}}{D} = \frac{v \omega_S^2 (\omega_n^2 - \omega^2)}{\Omega^2} \dot{C}_L + \frac{v 2\xi\omega^2\omega_1\omega_S^2}{\Omega^2} C_L, \quad (V.47)$$

onde

$$\Omega^2 = (\omega_n^2 - \omega^2)^2 + (2\xi\omega\omega_n)^2. \quad (V.48)$$

Substituindo-se (V.47) em (V.43), chega-se a equação para o coeficiente de sustentação.

$$\begin{aligned} \ddot{C}_L - a_1 \omega_s \dot{C}_L + a_2^2 \omega_s^2 C_L - \omega_s^2 H C_L^3 + \omega_s G C_L^2 C_L - \\ - H C_L C_L^2 + \frac{1}{\omega_s} G \dot{C}_L^3 = 0, \end{aligned} \quad (V.49)$$

onde

$$a_1 = - G_1 C_{L0}^2 - F_1 \frac{\omega_s^2 (\omega_n^2 - \omega^2)}{\Omega^2}, \quad (V.50)$$

$$a_2^2 = 1 + H C_{L0}^2 - 2 F_1 \frac{\xi \omega^2 \omega_n \omega_s}{\Omega^2}. \quad (V.51)$$

Note-se que a_1 e a_2 dependem tanto da frequência de vibração ω como de ω_s de uma maneira bem complexa. Assim, do ponto de vista computacional é melhor adotar, como Skop e Griffin, equações aproximadas de a_1 e a_2 . Isto é conseguido lembrando que na ressonância, $\omega \approx \omega_s$ e $\omega \approx \omega_n$. Assim, deduz-se sem dificuldade

$$a_1 = - G_1 C_{L0}^2 + \frac{\gamma^v F}{\xi (\gamma^2 + 4)} \quad (V.52)$$

$$a_2^2 = 1 + H C_{L0}^2 - \frac{2vF}{\xi(\gamma^2 + 4)} \quad (V.53)$$

Para aplicar o método da forma normal, sejam

$$x = c_L + \frac{i}{\omega_s a_2} \dot{c}_L, \quad (V.54)$$

$$y = \bar{x}, \quad (V.55)$$

onde a barra indica complexo conjugado. É fácil ver que esta transformação diagonaliza a parte linear. Aplicando esta mudança de variáveis na equação do coeficiente de sustentação (V.49), on tem-se

$$\begin{aligned} & - i \omega_s a_2 \dot{x} + (\omega_s^2 a_2^2 - \frac{i \omega_s^2 a_1 a_2}{2}) x - \\ & - \frac{1}{8} \omega_s^2 H(x^3 + 3x^2 y + 3x y^2 + y^3) - \\ & - \frac{i}{8} \omega_s^2 G(x^3 + x^2 y - x y^2 - y^3) + \\ & + \frac{1}{8} \omega_s^2 H(x^3 - x^2 y - x y^2 + y^3) + \\ & + \frac{i \omega_s^2}{8} G(x^3 - 3x^2 y + 3x y^2 - y^3) = 0, \end{aligned} \quad (V.56)$$

e uma equação similar para \dot{y} em que x é permutado por seu conju-

gado Y e vicer-versa. (Os coeficientes de (V.56) também são permutados por seus complexos conjugados.) Entretanto, de acordo com o método da forma normal, não é necessário considerar todos os termos da equação (V.56) mas apenas os termos ressonantes. Neste caso, há apenas um termo ressonante, X^2Y . Assim, a equação se reduz a

$$\dot{X} = \left(\frac{1}{2} a_1 - i a_2\right) \omega_s X - \frac{1}{2} (G - iH) \omega_s X^2 Y. \quad (V.57)$$

A fim de resolver esta equação, será feita uma transformação para coordenadas polares:

$$X = \mu e^{i\theta(t)} \quad (V.58)$$

$$Y = \mu e^{-i\theta(t)} \quad (V.59)$$

Substituindo-se estas expressões em (V.57) e separando-se as partes real e imaginária, obtem-se imediatamente

$$\dot{\theta} = -a_2 \omega_s + H \omega_s \mu^2 \quad (V.60)$$

$$0 = a_1 - G \mu^2 \quad (V.61)$$

Para a solução de regime, $\dot{\mu} = 0$ e $\dot{\theta} = \text{constante}$. Comparando-se as expressões de X em (V.54) e (V.58), vê-se que, devido a sincronização entre o movimento do cilindro e a excitação do fluido

$$\dot{\theta} = -\omega, \quad (V.62)$$

$$\mu = B C_{L0}. \quad (V.63)$$

Substituindo-se os valores de μ de (V.63) e de a_1 de (V.52), chega-se facilmente, a partir de (V.61),

$$B^2 = 1 - \frac{F}{GC_{L0}^2 S_G} \cdot \frac{\gamma}{\gamma^2 + 4}. \quad (V.64)$$

Substituindo $\dot{\theta} = -\omega$ e usando o valor de a_2 de (V.53) na equação (V.60), chega-se a

$$\omega = \omega_s \left[1 + HC_{L0}^2 - \frac{F}{S_G(\gamma^2 + 4)} - \frac{1}{2} HB^2 C_{L0}^2 \right]. \quad (V.65)$$

Relembrando-se as definições de γ ,

$$\gamma = \frac{2}{\xi} \left(\frac{\omega}{\omega_n} - 1 \right), \quad (V.66)$$

e de r ,

$$r = \frac{2}{\xi} \left(\frac{\omega_s}{\omega_n} - 1 \right), \quad (V.67)$$

e substituindo os valores de ω e ω_s por expressões em γ e r , chega-se a

$$\gamma^3 - \Gamma \gamma^2 - 4 \left(\Gamma - \frac{F}{2\xi S_G} \right) = 0 . \quad (V.68)$$

As expressões da amplitude do coeficiente de sustentação B (V.64) e de γ (V.68) são as mesmas que as obtidas pelo método do balanço harmônico (V.21) e (V.24) de uma maneira bem menos trabalhosa.

Conforme já explicado, a determinação da amplitude B a partir da solução da equação cúbica (V.68) não é recomendada. É preferível arbitrar a frequência de vibração ω e determinar B por (V.64) e ω_s por (V.65), por exemplo. Como os valores de a_1 e a_2 usados foram as expressões aproximadas (V.52) e (V.53) em vez das exatas (V.50) e (V.51), é possível agora recalcular B e ω_s usando as expressões exatas de a_1 e a_2 . Cálculos feitos indicam que este método iterativo converge rapidamente, bastando três ou quatro iterações para se chegar ao valor definitivo de B e de ω_s . Conhecidos estes, a amplitude de vibração do cilindro A pode ser determinada por (V.46).

V.4.2 - Cilindro Flexível em Escoamento Uniforme

Seja agora o caso de um cilindro flexível sujeito a um fluxo uniforme. As equações a serem resolvidas não a do movimento do cilindro (V.37) e a do coeficiente de sustentação (V.38). A primeira já está definida completamente; a segunda, porém, ainda exige o cálculo de integrais de produtos dos modos de vibração.

Conforme mostrado no capítulo IV, os modos de vibração são somatórios de senos. Entretanto, devidos às características mecânicas e operacionais dos "risers", os modos podem ser aproximados por apenas um termo, isto é,

$$\phi_i(x) = \sqrt{\frac{2}{m\ell}} \sin \frac{i\pi x}{\ell}, \quad (V.69)$$

onde m é a massa por unidade de comprimento, ℓ é o comprimento e o fator no radical é um fator de normalização. Como a deflexão e o coeficiente de sustentação foram expandidos através das mesmas autofunções, pode-se escrever

$$C_L = \sum_{i=1}^n Q_i(t) \sqrt{\frac{2}{m\ell}} \sin \frac{i\pi x}{\ell}. \quad (V.70)$$

Será estudado o caso em que o "riser" está em ressonância no primeiro modo. Devido a simetria da deflexão em torno do ponto central do "riser" ($x = \ell/2$), os termos pares do desenvolvimento de C_L (Q_2, Q_4, \dots) deverão se anular, pois eles dão uma força anti-simétrica em relação ao ponto central do "riser". Além disso, será considerado que $n = 3$, isto é, que a aproximação obtida fazendo-se $Q_i = 0$ para $i > 3$, será razoável. Na verdade, serão comparados os resultados obtidos apenas com um termo (Q_1) com os obtidos considerando-se Q_1 e Q_3 . Se os resultados forem próximos, a aproximação é válida; caso contrário, seria necessário considerar mais termos no desenvolvimento.

A equação do cilindro vibrando no primeiro modo é

$$\frac{\ddot{q}_1}{D} + 2\xi\omega_1 \frac{\dot{q}_1}{D} + \omega_1^2 \frac{q_1}{D} = v_{11} \omega_s^2 Q_1 \quad (V.71)$$

Fazendo-se $i = 1$ e 3 em (V.38) e calculando-se as integrais (ver Apêndice), obtendo-se as equações dos termos da força de sustentação

$$\begin{aligned} \ddot{Q}_1 - \omega_s G_1 C_{L0}^2 \dot{Q}_1 + (1 + H_1 C_{L0}^2) \omega_s Q_1 + \\ + \frac{1}{2m\ell} [\omega_s G_1 (3Q_1^2 \dot{Q}_1 - 2Q_1 Q_3 \dot{Q}_1 + 2Q_3^2 \dot{Q}_1 - Q_2^2 \dot{Q}_3 + 4Q_1 Q_3 \dot{Q}_3) + \\ + \frac{G_1}{\omega_s} (3\dot{Q}_1^3 - 3\dot{Q}_1^2 \dot{Q}_3 + 6\dot{Q}_1 \dot{Q}_3^2) - \\ - \omega_s^2 H_1 (3Q_1^3 - 3Q_1^2 Q_3 + 6Q_1 Q_3^2) - \\ - H_1 (3Q_1 \dot{Q}_1^2 - 2Q_1 \dot{Q}_1 \dot{Q}_3 + 2Q_1 \dot{Q}_3^2 - Q_3 \dot{Q}_1^2 + 4Q_3 \dot{Q}_1 \dot{Q}_3)] = \\ = \omega_s F_1 \frac{\dot{q}_1}{D}, \end{aligned} \quad (V.72)$$

$$\begin{aligned}
\ddot{Q}_3 &= \omega_s^2 C_{L0}^2 G_3 \dot{Q}_3 + (1 + H_3 C_{L0}^2) \omega_s^2 Q_3 + \\
&+ \frac{1}{2m\ell} \left[\omega_s^2 G_3 (-Q_1^2 \dot{Q}_1 + 4Q_1 Q_3 \dot{Q}_1 + 2Q_1^2 \dot{Q}_3 + 3Q_3^2 \dot{Q}_3) + \right. \\
&\quad + \frac{G_s}{\omega_s} (-\dot{Q}_1^3 + 6\dot{Q}_1^2 \dot{Q}_3 + 3\dot{Q}_3^3) - \\
&\quad - \omega_s^2 H_3 (-Q_1^3 + 6Q_1^2 Q_3 + 3Q_3^3) - \\
&\quad \left. - H_3 (-Q_1 \dot{Q}_1^2 + 4Q_1 \dot{Q}_1 \dot{Q}_3 + 2Q_3 \dot{Q}_1^2 + 3Q_3 \dot{Q}_3^2) \right] = 0
\end{aligned} \tag{V.73}$$

Lembrar que

$$v_{11} = \frac{\rho D^2}{8\pi^2 S^2 m} \tag{V.74}$$

Será adotado um procedimento análogo ao adotado para o cilindro rígido. Assim, o sistema será considerado fracamente não linear, sendo adotadas as expressões

$$\frac{q_1}{D} = A_1 \sin \omega t \tag{V.75}$$

$$Q_1 = B_1 \sin(\omega t + \psi) \tag{V.76}$$

Antes de prosseguir, é conveniente abrir um parêntesis para enfatizar o significado de A_1 . De acordo com (V.26) e lembrando a expressão aproximada das autofunções $\phi_i(x)$, tem-se

$$y(x,t) = \sqrt{\frac{2}{m\ell}} \cdot \sin \frac{\pi x}{\ell} \cdot q_1(t) \quad (V.77)$$

A deflexão máxima ocorrerá no ponto $x = \ell/2$. Substituindo o valor q_1 dado por (V.75) e fazendo $\sin \omega t = 1$, vem

$$\frac{y_{\max}}{D} = \sqrt{\frac{2}{m\ell}} \cdot A_1 \quad (V.78)$$

Logo,

$$A_1 = \sqrt{\frac{1}{2} m\ell} \frac{y_{\max}}{D} \quad (V.79)$$

Prosseguindo da mesma maneira do caso do cilindro rígido, encontra-se a relação entre as amplitudes A_1 e B_1 , usando (V.71),

$$A_1 = \frac{\omega_s^2 \nu_{11}}{\Omega} B_1, \quad (V.80)$$

onde agora

$$\Omega^2 = (\omega_1^2 - \omega^2)^2 + (2\xi_1 \omega \omega_1)^2. \quad (V.81)$$

Também se determina

$$\frac{\dot{q}_1}{D} = \frac{\nu_{11} \omega_s (\omega_1^2 - \omega^2)}{\Omega^2} \dot{Q}_1 + \frac{2\nu_{11} \xi_1 \omega^2 \omega_1 \omega_s^2}{\Omega_2^2} Q_1. \quad (V.82)$$

Substituindo-se (V.82) em (V.72), chega-se a

$$\begin{aligned}
 \ddot{Q}_1 &= a_1 \omega_s \dot{Q}_1 + a_2^2 \omega_s^2 Q_1 + \\
 &+ \frac{1}{2m\ell} \left[\omega_s G_1 (3Q_1^2 \dot{Q}_1 - 2Q_1 Q_3 \dot{Q}_1 + 2Q_3^2 \dot{Q}_1 - Q_1^2 \dot{Q}_3 + 4Q_1 Q_3 \dot{Q}_3) + \right. \\
 &\quad + \frac{G_1}{\omega_s} (3\dot{Q}_1^3 - 3\dot{Q}_1^2 \dot{Q}_3 + 6Q_1 \dot{Q}_3^2) - \\
 &\quad - \omega_s H_1 (3Q_1^3 - 3Q_1^2 Q_3 + 6Q_1 Q_3^2) - \\
 &\quad \left. - H_1 (3Q_1 \dot{Q}_1^2 - 2Q_1 \dot{Q}_1 \dot{Q}_3 + 2Q_1 \dot{Q}_3^2 - Q_3 \dot{Q}_1^2 + 4Q_3 \dot{Q}_1 \dot{Q}_3) \right] = 0, \quad (V.83)
 \end{aligned}$$

onde agora

$$a_1 = -G_1 C_{L0}^2 - F_1 \frac{\nu_{11} \omega_s^2 (\omega_1 - \omega^2)}{\Omega^2}, \quad (V.84)$$

$$a_2^2 = 1 + H_1 C_{L0}^2 - 2F_1 \frac{\nu_{11} \xi_1 \omega^2 \omega_1 \omega_s}{\Omega^2}. \quad (V.85)$$

Devido ao relacionamento complexo entre a_1 , a_2 , ω e ω_s , é mais conveniente adotar expressões aproximadas para a_1 e a_2 , tal como no caso do cilindro rígido. Deste modo deduz-se expressões inteiramente análogas a (V.52) e (V.53) para a_1 e a_2 . A grande vantagem de usar estas expressões é que ω_s é cancelado, devido as aproximações $\omega \approx \omega_s$ e $\omega_1 \approx \omega_s$, das expressões (V.84) e (V.85).

Para aplicar o método da forma normal, é preciso diagonalizar a parte linear das equações (V.73), e (V.83), que descrevem Q_1 e Q_3 . As aproximações já discutidas para o caso do cilindro rígido continuam válidos. As transformações a serem aplicadas são

$$X_1 = Q_1 + \frac{i}{\omega_s a_2} \dot{Q}_1, \quad (V.86)$$

$$X_3 = Q_3 + \frac{i}{\omega_s \sqrt{1 + H_3 C_{L0}^2}} \dot{Q}_3, \quad (V.87)$$

além de definir $Y_1 = X_1$, $Y_3 = X_3$. Para o caso do cilindro flexível não serão dados todos os termos das equações transformadas, tal como (V.56), mas apenas a parte envolvendo os termos ressonantes $X_1^2 Y_1$, $X_1^2 Y_3$, $X_1 X_3 Y_1$, $X_1 X_3 Y_3$, $X_3^2 Y_1$, $X_3^2 Y_3$.

Aplicando as transformações (V.85) e (V.87) nas equações (V.73) e (V.83) de Q_1 e Q_3 , obtém-se

$$\begin{aligned} \dot{X}_1 = & \left(\frac{1}{2} a_1 - i a_2 \right) \omega_s X_1 + \frac{\omega_s}{16 m \ell} (G_1 - i H_1) (-12 X_1^2 Y_1 + 4 X_1^2 Y_3 - 8 X_3^2 Y_1 + \\ & + 8 X_1 X_3 Y_1 - 16 X_1 X_3 Y_3) \end{aligned} \quad (V.88)$$

$$\begin{aligned} \dot{X}_3 = & \left(\frac{1}{2} G_3 C_{L0}^2 - i \sqrt{1 + H_3 C_{L0}^2} \right) \omega_s X_3 + \frac{\omega_s}{16 m \ell} (G_3 - i H_3) (4 X_1^2 Y_1 - 8 X_1^2 Y_3 - \\ & - 16 X_1 X_3 Y_1 - 12 X_3^2 Y_3) \end{aligned} \quad (V.89)$$

Passando para coordenadas polares, sejam

$$x_1 = \mu_1 e^{i\theta_1(t)} \quad (V.90)$$

$$x_3 = \mu_3 e^{i\theta_3(t)} \quad (V.91)$$

Como serão procuradas soluções de regime, deve-se ter $\dot{\mu}_1 = \dot{\mu}_3 = 0$, $\dot{\theta}_1 = \dot{\theta}_3 = -\omega$, isto devido à sincronização entre o movimento do cilindro e da excitação. Seja ainda

$$\Delta\theta = \theta_3(t) - \theta_1(t). \quad (V.92)$$

Substituindo (V.90) e (V.91) em (V.88) e (V.89), e separando-se as partes reais e imaginárias, obtem-se de (V.88)

$$\begin{aligned} 2m\ell a_1 - 3G_1\mu_1^2 - 4G_1\mu_3^2 + \mu_1\mu_3(3G_1\cos\Delta\theta + H_1\sin\Delta\theta) + \\ + 2\mu_3^2(-G_1\cos 2\Delta\theta - H_1\sin 2\Delta\theta) = 0; \end{aligned} \quad (V.93)$$

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_1 = -\omega_s a_2 + \frac{\omega_s}{4m} [3H_1\mu_1^2 + 4H_1\mu_3^2 + \mu_1\mu_3(G_1\sin\Delta\theta - 3H_1\cos\Delta\theta) + \\ + 2\mu_3^2(-G_1\sin 2\Delta\theta + H_1\cos 2\Delta\theta)]; \end{aligned} \quad (V.94)$$

e de (V.89)

$$\begin{aligned} 2m\ell G_3 C_{L0}^2 \mu_3 - 4G_3\mu_1^2\mu_3 - 3G_3\mu_3^3 + \mu_1^3(G_3\cos\Delta\theta - H_3\sin\Delta\theta) + \\ + 2\mu_1^2\mu_3(-G_3\cos 2\Delta\theta + H_3\sin 2\Delta\theta) = 0; \end{aligned} \quad (V.95)$$

$$\begin{aligned} \mu_3 \dot{\theta}_3 = & -\omega_s \sqrt{1+H_3 C_{L0}^2} \mu_3 + \frac{\omega_s}{4m\ell} [4H_3 \mu_1^2 \mu_3 + 3H_3 \mu_3^3 - \\ & + \mu_1^3 (G_3 \sin \Delta\theta + H_3 \cos \Delta\theta) + \\ & + 2\mu_1^2 \mu_3 (G_3 \sin 2\Delta\theta + H_3 \cos 2\Delta\theta)]. \end{aligned} \quad (V.96)$$

A solução do sistema (V.93) a (V.95) dará o valor das incógnitas μ_1 , μ_3 , $\Delta\theta$ e ω . Mesmo para o caso simples que está sendo estudado, a solução será bastante trabalhosa. Entretanto, tal como no caso do cilindro rígido, é mais conveniente arbitrar ω e determinar o valor correspondente de ω_s . Além disso, com a introdução da variável auxiliar

$$c = \frac{\mu_3}{\mu_1}, \quad (V.97)$$

é possível reduzir o sistema a apenas duas equações. Assim, retirando o valor de $m\ell$ de (V.93) e substituindo em (V.95), obtem-se

$$\begin{aligned} & - a_1 (G_3 \cos \Delta\theta - H_3 \sin \Delta\theta) + \\ & + c [-3C_{L0}^2 G_1 G_3 + 4a_1 G_3 - 2a_1 (-G_3 \cos 2\Delta\theta + H_3 \sin 2\Delta\theta)] + \\ & + c^2 [G_3 C_{L0}^2 (3G_1 \cos \Delta\theta + H_1 \sin \Delta\theta)] + \\ & + c^3 [-4C_{L0}^2 G_1 G_3 + 2C_{L0}^2 G_3 (-G_1 \cos 2\Delta\theta - H_1 \sin 2\Delta\theta) + 3a_1 G_3] = 0 \end{aligned} \quad (V.98)$$

Multiplicando (V.93) por μ_3 , subtraindo-a de (V.95) e substituindo o valor de $m\ell$ na equação resultante, ob-

tem-se

$$\begin{aligned}
 & 2(\sqrt{1 + H_3 C_{L0}^2} - a_2)(G_3 \cos \Delta\theta - H_3 \sin \Delta\theta) + \\
 & + G_3 C_{L0}^2 (-G_3 \sin \Delta\theta - H_3 \cos \Delta\theta) + \\
 & + c\{(\sqrt{1 + H_3 C_{L0}^2} - a_2)[-8G_3 + 4(-G_3 \cos 2\Delta\theta + H_3 \sin 2\Delta\theta)] + \\
 & + G_3 C_{L0}^2 [4H_3 - 3H_1 + 2G_3 \sin 2\Delta\theta + 2H_3 \cos 2\Delta\theta]\} + \\
 & + c^2 G_3 C_{L0}^2 (-G_1 \sin \Delta\theta + 3H_1 \cos \Delta\theta) + \\
 & + c^3 [-6G_3(\sqrt{1 + H_3 C_{L0}^2} - a_2) + G_3 C_{L0}^2 (3H_3 - 4H_1 + 2G_1 \sin 2\Delta\theta - 2H_1 \cos 2\Delta\theta)] = 0
 \end{aligned}
 \tag{V.99}$$

O sistema (V.98) - (V.99) contém apenas duas incógnitas, c e $\Delta\theta$. Ele pode ser (tal como no programa ADRP) resolvido pelo método de Newton. No Apêndice B encontra-se um breve roteiro da solução. Conhecendo-se c e $\Delta\theta$, μ_1 pode ser calculado por (B.93), μ_3 por (V.97) e ω_s por (V.94). Lembrando que o sistema foi resolvido utilizando-se expressões aproximadas de a_1 e a_2 , os cálculos poderão agora ser repetidos com os valores melhorados de a_1 e a_2 através das equações (V.84) e (V.85). Repetindo-se os cálculos três ou quatro vezes, chega-se a valores definitivos para μ_1 , μ_3 , ω_s e $\Delta\theta$. (Vale lembrar que conhecido ω_s , o valor da velocidade u do escoamento, pode ser calculada usando-se a expressão $\omega_s = 2\pi Su/D$).

Resta agora calcular as tensões, momentos e deflexões do "riser". Como, por (V.76), $Q_1 = B_1 \sin \omega t$ e por (V.85) $X_1 = Q_1 + i\dot{Q}_1/\omega_s a_2$, conclui-se a igualdade aproximada

$$B_1 = \mu_1 . \quad (V.100)$$

Conhecido B_1 , A_1 pode ser calculado por (V.80),

$$A_1 = \frac{\omega_s^2 v_{11}}{\sqrt{(\omega_1^2 - \omega^2)^2 + (2\xi\omega\omega_1)^2}} B_1 . \quad (V.101)$$

Conhecido A_1 , e lembrando o significado de A_1 dado por (V.79), a deflexão do "riser" pode ser escrita como

$$\frac{y}{D} = \sqrt{\frac{2}{m\ell}} A_1 \sin \frac{\pi x}{\ell} \sin \omega t . \quad (V.102)$$

O momento fletor será dado por

$$M = \frac{\pi^2}{\ell^2} \sqrt{\frac{2}{m\ell}} A_1 EI \sin \frac{\pi x}{\ell} \sin \omega t . \quad (V.103)$$

Naturalmente, os valores máximo e mínimo do momento fletor ocorrerão no centro do "riser", onde $x = \ell/2$, e quando $\sin \omega t = \pm 1$:

$$M_{\max} = \frac{\pi^2}{\ell^2} \sqrt{\frac{2}{m\ell}} A_1 EI . \quad (V.104)$$

Evidentemente, $M_{\min} = -M_{\max}$. Conhecidos o momento fletor e a força de tração agindo na seção, as tensões podem ser calculadas de acordo com o procedimento descrito no final da seção (III.2).

V.5 - PROGRAMA. DISCUSSÃO DE RESULTADOS

Foi escrito o programa ADRP (Análise Dinâmica de "Risers" de Perfuração) a fim de resolver as equações da seção anterior. O programa é bastante simples, e consta das seguintes partes:

1. Leitura e impressão de dados.
2. Seleção da frequência de vibração.
3. Seleção de valor tentativo para o amortecimento.
4. Solução do sistema (V.98) - (V.99) através do método de Newton (ver Apêndice B).
5. Determinação da amplitude de vibração.
6. Repetição das etapas 4 e 5, usando agora as expressões corretas (V.84) e (V.85) de a_1 e a_2 .
7. Verificação do valor do amortecimento. Se for diferente do valor arbitrado na etapa 3, repetição das etapas 4 a 7.

A seguir, os cálculos são repetidos para uma nova frequência. O programa considera frequências na faixa $0,969 \omega_n \leq \omega \leq 0,999 \omega_n$. A convergência dos processos iterativos usados é bastante rápida. Uma listagem do programa ADRP está no Apêndice.

É necessário se determinar iterativamente o valor do amortecimento ξ_i pela seguinte razão. O amortecimento ξ_i inclui os amortecimento estrutural e interno do "riser" mais o amortecimento fluído [19]. Embora a determinação dos dois primeiros seja bastante difícil, sabe-se que são bem inferiores ao amortecimento fluído. Assim, numa aproximação conservadora, pode-se considerar o amortecimento fluído como igual a ξ_i . De acordo com Blevins [1], o amortecimento fluído para um cilindro bi-apoiado é dado por

$$\xi_i = \frac{1}{4\pi} \frac{\rho D^2}{m} \left(2,9 \frac{y_{\max}}{D} + 10\pi \frac{v_c}{\omega_i D^2} \right), \quad (V.105)$$

onde y_{\max} é a amplitude de vibração do centro do cilindro e v_c é a viscosidade cinemática da água do mar. Para um "riser" típico, y_{\max}/D é da ordem de 0,5, D vale aproximadamente 0,5 m e ω_i cerca de 1 Hz. Além disso, a viscosidade cinemática da água do mar é da ordem de $10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$. Assim, a segunda parcela do parêntesis de (V.105) é da ordem de 10^{-4} vezes a primeira. Com isso, o coeficiente de amortecimento para qualquer modo de vibração suficientemente baixo é dado por

$$\xi_i = 0,23 \frac{\rho D^2}{m} \frac{y_{\max}}{D}. \quad (V.106)$$

Como $\rho D^2/m$ é da ordem de $1/3$ (lembrar que m inclui a massa do fluido de perfuração, do aço e ainda a massa adicional), tem que ξ_i é da ordem de $0,05$ na ressonância. Como v_{ij} é da ordem de $0,1$, S_{Gi} vale cerca de $0,5$.

Foram feitos testes do programa ADRP usando uma versão ligeiramente modificada em que o coeficiente de amortecimento é fixado como sendo independente da amplitude de vibração. Inicialmente foram comparadas as amplitudes y_{\max}/D para diversos valores de ξ_i previstas quando se considera apenas um termo do desenvolvimento de C_L (a solução de Skop e Griffin) e quando se considera ainda um termo adicional em seu $3\pi x/\ell$. Foi verificado que quando o amortecimento é pequeno, de cerca de $0,01$, este termo tem importância apreciável, pois a solução de Skop e Griffin prediz amplitudes excessivamente grandes. Entretanto, para $\xi_i > 0,03$, as amplitudes previstas com um ou dois termos do desenvolvimento de C_L são bastante próximas. Como para um "riser" típico em fluxo uniforme $\xi_i = 0,05$, a solução de Skop e Griffin é válida. A tabela abaixo dá as amplitudes de vibração y_{\max}/D previstas para diversos amortecimentos, considerando-se um ou dois termos do desenvolvimento de C_L . A tabela fornece ainda, na última linha, os valores de c , isto é, a razão μ_3/μ_1 . Note-se que apesar da boa concordância entre as amplitudes, c pode atingir valores próximos a $0,5$.

ξ_i	0,01	0,05	0,10
y_{\max}/D (1 termo)	1,54	0,607	0,395
y_{\max}/D (2 termos)	2,26	0,582	0,387
c	0,38	0,24	0,18

Um outro teste foi feito através da integração direta das equações do movimento (V.71) e do coeficiente de sustentação (V.72) e (V.73), pelo método de Runge-Kutta. Aqui, o coeficiente de amortecimento foi fixado em 0,03, e tal como nos exemplos acima, as características básicas do "riser" foram:

diâmetro externo: 0,508 m;

diâmetro interno: 0,476 m;

tração média: 3,600 kgf;

massa por unidade de comprimento: 580 kg/m..

Para $\xi_1 = \xi_3 = 0,03$, $C_{L0} = 0,30$ e $S = 0,29$, os adimensionais das equações do coeficiente de sustentação (V.72) e (V.73) ficam:

$$v_{11} = 0,13;$$

$$S_{G1} = S_{G3} = 0,23;$$

$$F_1 = F_3 = 0,095;$$

$$G_1 = G_3 = 1,59;$$

$$H_1 = H_3 = 0,46.$$

Na figura (V.3) é apresentada a resposta y_{\max}/D em função da excitação ω_s/ω_1 , obtida por três métodos:

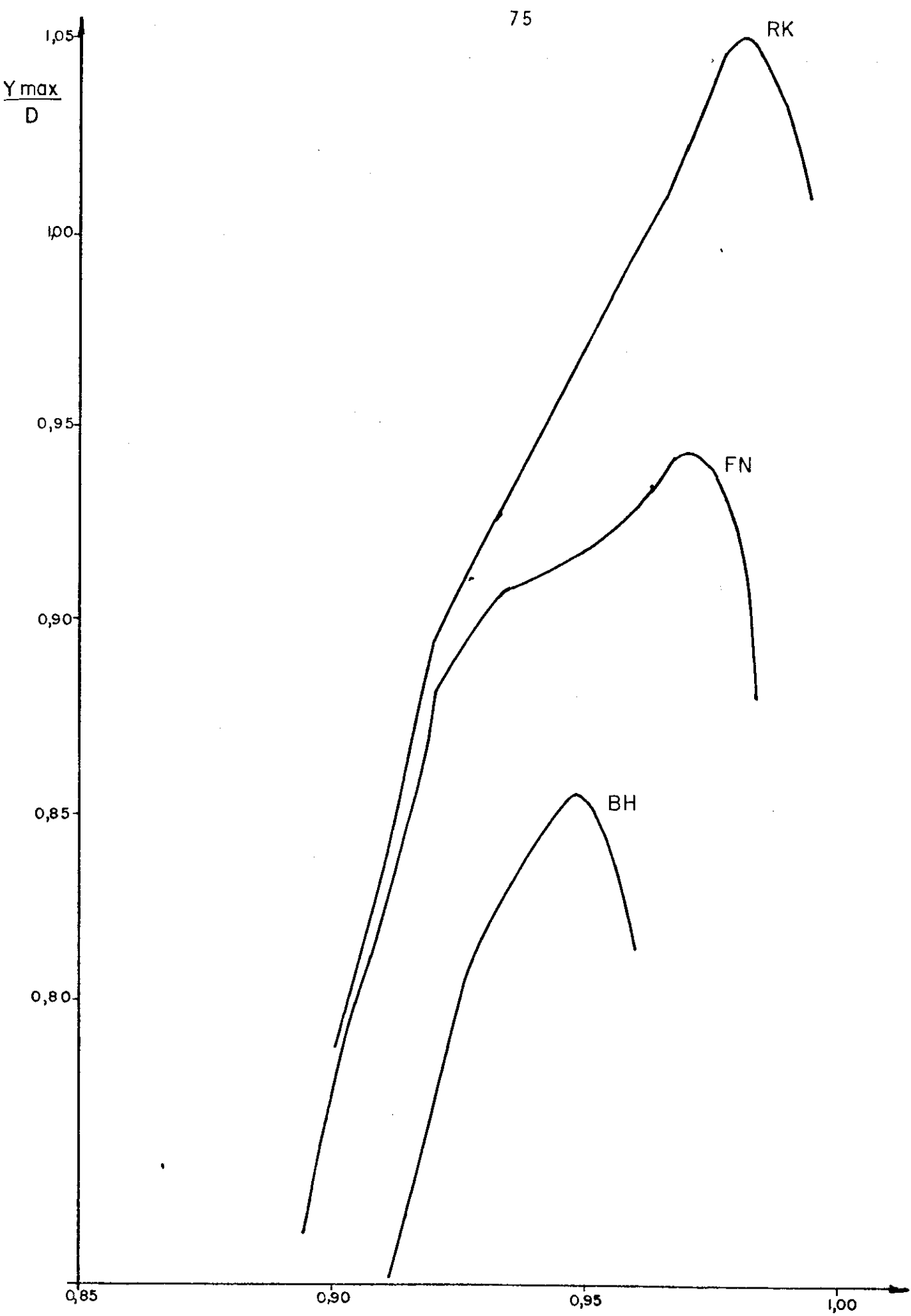
curva RK - integração direta pelo método de Runge-Kutta;

curva BH - método do balanço harmônico, isto é, só um termo do desenvolvimento de C_L ;

curva FN - método da forma normal.

Como já explicado, para a solução através do método da forma normal arbitra-se o valor da frequência de vibração ω e determina-se a frequência de excitação ω_s . Pelo método de Runge-Kutta, é necessário proceder-se de modo inverso, pois as equações do coeficiente de sustentação (V.72) e (V.73) contêm ω_s . O valor da frequência de vibração ω é determinado aproximadamente através do intervalo de tempo entre dois picos da vibração. O erro máximo em ω é inferior a 1%.

Quanto a amplitude de vibração, nota-se que o método da forma normal dá bons resultados quando comparado com a integração direta. Os maiores erros (da ordem de 10%) ocorrem próximos ao pico de ressonância. Entretanto, esta observação não é definitiva porque a integração pelo método de Runge-Kutta se torna extremamente sensível na ressonância. Dada a boa concordância em frequências um pouco afastadas da ressonância, era de se esperar que no pico as respostas fossem mais próximas, embora a ordem do erro seja bastante razoável no grau de aproximação consi



derado (isto é, erro da ordem de $C_{L0}^2 \approx 10\%$).

Foram comparados também os valores previstos da defasagem $\Delta\theta$ entre Q_1 e Q_3 e a razão $c = \mu_3/\mu_1$, com os obtidos pela integração direta. A concordância também foi boa, com erros máximos de 10%. Nota-se novamente que c pode atingir valores próximos de 1. Contudo, mesmo assim, o efeito de Q_3 é relativamente pequeno, pois como se observa na curva BH da figura (V.3), o erro no pico é da ordem de 20%. Isto justificaria, de certo modo, a hipótese simplificadora do não-acoplamento dos modos Q_i do coeficiente de sustentação C_L usada por Skop e Griffin.

Assim, o método da forma normal permite dizer quando o método do balanço harmônico dá ou não resultados válidos. Se necessário, o número de termos do desenvolvimento de C_L poderia ser aumentado. Além disso, poderia ser aplicado para o caso de escoamento não-uniformes.

Deve-se ressaltar que o modelo de Skop e Griffin não é definitivo e só a comparação de resultados teóricos e experimentais poderá indicar o seu grau de validade. Entretanto, acredita-se que sirva de ponto de partida para modelos mais realistas e que possa ser aplicado para um primeiro estudo dos "risers" atualmente usados na foz do Amazonas.

CAPÍTULO VI

CONCLUSÃO

Nesta tese foi desenvolvido um estudo sobre "risers" de perfuração.

Inicialmente, foi apresentada uma análise estática que possibilita o dimensionamento de "risers" em condições normais de operação. Em seguida, um estudo sobre suas vibrações livres. Tanto o dimensionamento como a determinação das frequências naturais de vibrações podem ser feitos através do programa AERP. Acredita-se que este programa possa ser aplicado de forma imediata.

A seguir, foi apresentado o modelo matemático de Skop e Griffin para vibrações induzidas por vórtices. A solução do modelo foi feita apenas para o caso de escoamento uniforme, podendo ser utilizado o programa AERP. Entretanto, o algoritmo usado pode ser aplicado para escoamento não-uniformes, embora as equações a serem resolvidas se tornem bastante complexas. Em princípio, a solução de Skop e Griffin só parece ser válida para coeficientes de amortecimento elevados. Além disso, o próprio modelo ainda necessita de maior comprovação experimental, embora se acredite que possa ser utilizado como ponto de partida para um estudo mais profundo do problema.

BIBLIOGRAFIA

1. BLEVINS, R. D. - Flow-Induced Vibration, Van Nostrand Reinhold Co., New York, 1977.
2. CLOUGH, R. W., e PENZIEN, J. - Dynamics of Structures. McGraw-Hill Kogakusha Ltd., Tokyo, 1975.
3. GARDNER, T. N., e KOTCH, M. A. - Dynamic Analysis of Risers and Cassions by the Finite Element Method, Offshore Technology Conference, Dallas, 1976.
4. GRIFFIN, D. M., e RAMBERG, S. E. - The Vortex Strength and Drag in Bluff Body Wakes, Journal of Fluid Mechanics, V. 66, 1974.
5. GRIFFIN, D. M., e RAMBERG, S. E. - On Vortex Strength and Drag in Bluff Body Wakes, Journal of Fluid Mechanics, V. 69, 1975.
6. GRIFFIN, D. M., SKOP, R. A., e KOOPMAN, G. H. - The Vortex Excited Resonant Vibrations of Circular Cylinders, Journal of Fluid Mechanics, V. 69, 1975.
7. HARTLEN, R. T., e CURRIE, I. G. - A Lift Oscillator Model for Vortex-Induced Vibrations, Journal of Engineering Mechanics, V. 69, 1970.

8. HSU, L., e TAVARES, G. A. - A Direct Method for the Analysis of Critical and Post-Critical Behaviour of Non-Linear Mechanical Systems, IV Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, Florianópolis, 1977.
9. IWAN, W. D., e BLEVINS, R. D. - A Model for Vortex-Induced Oscillation of Structures, Journal of Applied Mechanics, V. 41, 1974.
10. JONES, M. R. - Problems Affecting the Design of Drilling Risers, Offshore Technology Conference, Dallas, 1975.
11. KHAZINA, G. G. - Certain Stability Questions in the Presence of Resonances, PMM, V. 38, n. 1, 1974.
12. KING, R., PROSSER, M. J., e JOHNS, D. J. - On Vortex Excitation of Model Piles in Water, Journal of Sound and Vibration, 1973.
13. LUBINSKI, A. - Necessary Tension in Marine Risers, Revue de L'Institut Français du Pétrole, V. 32, 1977.
14. McCORMICK, M. E. - Ocean Engineering Wave Mechanics, John Wiley & Sons., New York, 1973.
15. MEIROVITCH, L. - Analytical Methods in Vibrations, The MacMillan Co., London, 1967.

16. MORGAN, G. W. - Applied Mechanics of Marine Risers Systems, Harcourt Brace Jovanovich, Dallas, 1976.
17. SILVA, M. L. DA - "Riser" Sob Ação da Correnteza - Algumas Considerações sobre "Vortex-Shedding", Seminário sobre tecnologia de engenharia de perfuração e produção no mar, Petrobrás, Rio de Janeiro, 1976.
18. SILVA, M. L. DA, e ALBERS, J. - Preventing Riser Failures in High-Current Offshore Areas, World Oil, V. 184, 1977.
19. SKOP, R. A., e GRIFFIN, D. M. - On a Theory for the Vortex-Excited Oscillations of Flexible Cylindrical Structures, Journal of Sound and Vibration, V. 41, 1975.
20. WIEGEL, R. L. - Oceanographical Engineering, Prentice Hall Inc., Englewoods Cliffs, 1964.

APÊNDICE A

O MÉTODO DA FORMA NORMAL

Será apresentado um breve resumo do método da forma normal. Para uma apresentação mais detalhada e rigorosa, ver a referência [8]. A fim de manter uma notação similar a utilizada na literatura sobre a forma normal, a notação deste apêndice é diferente da usada no texto principal e nos outros apêndices.

Seja um sistema de $2n$ equações de primeira ordem

$$\dot{\underline{x}} = \underline{A}(\alpha)\underline{x} + \underline{F}(\underline{x}; \alpha), \quad (\text{A.1})$$

onde $\underline{x} \in \mathbb{R}^{2n}$, $\underline{A}: 2n \times 2n$, $\underline{F}: \mathbb{R}^{2n} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^{2n}$, $\alpha \in \mathbb{R}$, sendo \underline{F} analítica em seus argumentos em torno de $\underline{x} = \underline{0}$ e $\alpha = \alpha_0$. Seja ainda $\underline{F}(\underline{0}; \epsilon) = \underline{0}$, e suponha-se $\underline{F}(\underline{x}; \epsilon)$ só contenha termos de ordem superior a 1 em \underline{x} e que α_0 corresponda a um valor da bifurcação da solução $\underline{x}(t) = \underline{0}$,

O primeiro passo consiste na diagonalização da parte linear.

Suponha-se que para $\alpha = \alpha_0$ todos os $2n$ autovalores λ_i de \underline{A} sejam imaginários puros e distintos. Aplicando-se a transformação linear complexa

$$\underline{x} = \underline{S}^0 \underline{z}, \quad (\text{A.2})$$

a i -ésima equação do novo sistema se torna

$$\dot{X}_i = \lambda_i^0 X_i + G_i(X, \alpha_0), \quad i = 1, 2, \dots, 2n \quad (A.3)$$

e onde $G_i(X; \alpha_0)$ é da forma

$$G_i(X; \alpha_0) = \sum_{|v|=2}^{\infty} \phi_{i,v}(\alpha_0) \underline{X}^v \quad (A.4)$$

sendo usadas as notações

$$\underline{v} = (v_1, v_2, \dots, v_{2n}) \quad (A.5)$$

$$|v| = v_1 + v_2 + \dots + v_{2n}, \quad (A.6)$$

$$\underline{X}^v = X_1^{v_1} X_2^{v_2} \dots X_{2n}^{v_{2n}} \quad (A.7)$$

onde v_i são inteiros ≥ 0 e $\phi_{i,0}$ constantes complexas.

A escolha da matriz \underline{S}^0 é feita de forma que $\bar{X}_i = X_{i+n}$, $i = 1, 2, \dots, n$. (A barra indica complexo conjugado.)

Até aqui, foi feita apenas uma transformação linear de variáveis, de \underline{x} para \underline{X} . O segundo passo do método da forma normal consiste na eliminação dos chamados termos não lineares não ressonantes, [8, 11], que são os termos \underline{X}^v cujos expoentes não satisfazem a equação

$$v_1 \lambda_1^0 + v_2 \lambda_2^0 + \dots + v_{2n} \lambda_{2n}^0 - \lambda_i^0 = 0. \quad (\text{A.8})$$

Pode-se mostrar que através de uma transformação não-linear (formal) da forma

$$X_i = Y_i + \sum_{|\underline{v}|=2}^{\infty} B_{i,\underline{v}}^0 Y_{\underline{v}}^{\underline{v}} \quad (\text{A.9})$$

onde os $B_{i,\underline{v}}^0$ são constantes complexas, o sistema (A.3) fica reduzido a forma normal

$$\dot{Y}_i = \lambda_i^0 Y_i + \sum_{|\underline{v}|=2}^{\infty} \phi_{i,\underline{v}}^0 Y_{\underline{v}}^{\underline{v}} \quad (\text{A.10})$$

onde o somatório contém agora apenas termos ressonantes. A transformação $X \rightarrow Y$ é escolhida de forma que

$$\bar{Y}_i = Y_{i+n}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (\text{A.11})$$

Os cálculos realizados até agora consideram que $\alpha = \alpha_0$. Para $\alpha \neq \alpha_0$ mas próximo do valor de bifurcação, adota-se

$$\alpha = \alpha_0 + \alpha_2 \epsilon^2 \quad (\text{A.12})$$

onde ϵ é um pequeno parâmetro.

Neste caso, considerando a precisão que se pode obter com a forma normal (A.10) truncada a partir de $|\underline{v}| = 4$ do

sistema original (A.1), é suficiente usar uma forma normal aproximada para as situações quase críticas ($\epsilon \neq 0$) dada por

$$\dot{Y}_i = (\lambda_i^0 + \epsilon^2 \lambda_i^2) Y_i + \sum_{|v| < 3} \phi_{i,v}^0 \underline{y}^v \quad (A.13)$$

onde

$$\lambda_i^2 = (\underline{v}^i)^T \left(\frac{\partial A}{\partial \epsilon^2} \right)_{\epsilon^2=0} \underline{u}^i, \quad i = 1, 2, \dots, 2n \quad (A.14)$$

em que \underline{v}^i e \underline{u}^i são os autovetores a direita e a esquerda de A relativos a λ_i , e a notação $(\underline{v}^i)^T$ indica o transposto de \underline{v}^i . É importante observar que os coeficientes $\phi_{i,v}^0$ de (A.14) ($\epsilon \neq 0$) são os mesmos de (A.10) ($\epsilon = 0$). Isto facilita a aplicação do método.

Como normalmente se procura uma solução de regime, faz-se a mudança de Y_i para coordenadas polares,

$$Y_i = \rho_i e^{i\theta_i(t)} \quad (A.15)$$

sendo $\dot{\rho}_i = 0$ e $\dot{\theta}_i = \text{constante}$ as condições de regime.

Comparando-se (A.9) com (A.15), vê-se a igualdade aproximada

$$|X_i| = \rho_i. \quad (A.16)$$

Através da equação (A.2), pode-se determinar os módulos e fases das incógnitas \underline{x} .

A fim de facilitar a compreensão do método, será dado um exemplo de aplicação detalhado, sempre procurando relacionar as equações do exemplo com as equações gerais já apresentadas.

Seja a equação de van der Pol

$$\ddot{x} - \mu \dot{x} + x + \frac{1}{3} \beta \dot{x}^3 = 0 \quad (\text{A.17})$$

Em forma matricial,

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & \mu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \beta \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{3} x_2^3 \end{bmatrix} \quad (\text{A.18})$$

Pode-se notar que $\mu = 0$ é um ponto de bifurcação para $x_1 = x_2 = 0$, pois se $\mu < 0$ (amortecimento positivo), o movimento é estável, e se $\mu > 0$ (amortecimento negativo), o movimento é instável.

Comparando-se (A.18) com (A.1), nota-se que

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & \mu \end{bmatrix} \quad (\text{A.19})$$

$$\underline{F} = \beta \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{3} x_2^3 \end{bmatrix} \quad (\text{A.20})$$

É fácil ver que $\lambda_1^0 = i$, $\lambda_2^0 = -i$, $\underline{u}^1 = \{-i, 1\}^T$, $\underline{u}^2 = \{i, 1\}^T$, $\underline{v}^1 = \{i, 1\}^T$ e $\underline{v}^2 = \{-i, 1\}^T$. A transformação

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i & i \\ 1 & -i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (\text{A.21})$$

diagonaliza a parte linear de (A.18) para $\mu = 0$. É claro que $\bar{x}_1 = x_2$. A transformação inversa é

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/2i & -1/2i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (\text{A.22})$$

Comparando (A.2) com (A.21), vê-se que

$$\underline{S}^0 = \begin{bmatrix} 1 & i \\ 1 & -i \end{bmatrix} \quad (\text{A.23})$$

A transformação (A.21) não diagonaliza a parte linear de (A.18) para $\mu \neq 0$. Entretanto, se μ é pequeno, uma transformação do tipo

$$\underline{X} = (\underline{S}^0 + \underline{O}(\mu)) \underline{x} \quad (\text{A.24})$$

diagonaliza (A.18) a menos de termos de ordem μ^2 na parte linear e μ na parte cúbica. A equação resultante é

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -i + \frac{1}{2} \mu & 0 \\ 0 & i + \frac{1}{2} \mu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} + \frac{\beta}{24} \begin{bmatrix} X_1^3 - 3X_1^2 X_2 - 3X_1 X_2^2 - X_2^3 \\ X_2^3 - 3X_2^2 X_1 + 3X_2 X_1^2 - X_1^3 \end{bmatrix} \quad (\text{A.25})$$

Seja agora a transformação

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{20} Y_1^3 + b_{21} Y_1^2 Y_2 + b_{12} Y_1 Y_2^2 + b_{03} Y_2^3 \\ b_{30} Y_2^3 + b_{21} Y_2^2 Y_1 + b_{12} Y_2 Y_1^2 + b_{03} Y_1^3 \end{bmatrix} \quad (\text{A.26})$$

que corresponde a equação (A.9).

Por (A.26) e (A.9), é claro que

$$\dot{X}_1 = \dot{Y}_1 + \frac{\partial}{\partial Y_1} (\sum B_{i,v}^0 \underline{Y}^v) \dot{Y}_1 + \frac{\partial}{\partial Y_2} (\sum B_{i,v}^0 \underline{Y}^v) \dot{Y}_2 \quad (\text{A.27})$$

ou, de forma explícita,

$$\begin{aligned}\dot{X}_1 &= (1 + 3b_{30} Y_1^2 + 2b_{21} Y_1 Y_2 + b_{12} Y_2^2) \dot{Y}_1 + \\ &+ (b_{21} Y_1^2 + 2b_{12} Y_1 Y_2 + 3b_{03} Y_2^2) \dot{Y}_2\end{aligned}\quad (A.28)$$

Definindo

$$\lambda = -i + \frac{1}{2} \mu \quad (A.29)$$

e considerando (a.25), vem

$$\begin{aligned}\dot{Y}_1 &+ (3b_{30} Y_1^2 + 2b_{21} Y_1 Y_2 + b_{12} Y_2^2) \dot{Y}_1 + \\ &+ (b_{21} Y_1^2 + 2b_{12} Y_1 Y_2 + 3b_{03} Y_2^2) \dot{Y}_2 = \\ &= \lambda Y_1 + \lambda (b_{30} Y_1^3 + b_{21} Y_1^2 Y_2 + b_{12} Y_1 Y_2^2 + b_{03} Y_2^3) + \\ &+ \frac{\beta}{24} (Y_1^3 - 3Y_1^2 Y_2 + 3Y_1 Y_2^2 - Y_2^3),\end{aligned}\quad (A.30)$$

onde os termos de ordem $|v| > 3$ foram desprezados. Mas por (A.25) e (A.26),

$$\dot{Y}_1 = \lambda Y_1 + O(|v| > 1), \quad (A.31)$$

$$\dot{Y}_3 = \bar{\lambda} Y_2 + O(|v| > 1). \quad (A.32)$$

Assim, a equação (A.30) pode ser escrita, sendo os termos de ordem $|v| > 3$ novamente desprezados

$$\begin{aligned}
& \dot{Y}_1 + (3b_{30}Y_1^2 + 2b_{21}Y_1Y_2 + b_{12}Y_2^2) \lambda Y_1 + \\
& + (b_{21}Y_1^2 + 2b_{12}Y_1Y_2 + 3b_{03}Y_2^2) \bar{\lambda} Y_2 = \\
& = \lambda Y_1 + \lambda (b_{30}Y_1^3 + b_{21}Y_1^2Y_2 + b_{12}Y_1Y_2^2 + b_{03}Y_2^3) + \\
& + \frac{\beta}{24} (Y_1^3 - 3Y_1^2Y_2 + 3Y_1Y_2^2 - Y_2^3) \quad (A.33)
\end{aligned}$$

A finalidade da mudança de variáveis (A.26) é a de eliminar ao máximo o número de termos cúbicos. Assim, igualando os coeficientes de Y_1^3 obtêm-se

$$3\lambda b_{30} = \lambda b_{30} + \frac{\epsilon}{24} \quad (A.34)$$

Logo,

$$b_{30} = \frac{\epsilon}{48(-i + \frac{1}{2}\mu)} \quad (A.35)$$

pois $\lambda = -i + \mu/2$. Note que para $Y_1^3 = Y_1^3 Y_2^0$,

$$v_1 \lambda_1^0 + v_2 \lambda_2^0 - \lambda_1^0 = 3i + 0(-i) - i = 2i \neq 0 \quad (A.36)$$

não satisfazendo a condição de termo ressonante (A.8).

De maneira semelhante, pode-se eliminar $Y_1Y_2^2$ e Y_2^3 . Entretanto, ao se tentar eliminar $Y_1^2Y_2$, chega-se a

$$b_{21} = - \frac{\beta}{24\mu} \quad (\text{A.37})$$

Como está se considerando o sistema em torno de $\mu = 0$, isto implica em b_{21} tender para o infinito, quando μ tender a zero, e a transformação normalizante seria singular em $\mu = 0$. Logo, $Y_1^2 Y_2$ é um termo que não pode ser eliminado da equação (A.33). Para $Y_1^2 Y_2$, a condição (A.8) fornece

$$v_1 \lambda_1^0 + v_2 \lambda_2^0 - \lambda_1^0 = 2i + 1.(-i) - i = 0 \quad (\text{A.38})$$

Portanto, $Y_1^2 Y_2$ é um termo ressonante.

Fazendo $b_{21} = 0$, a equação (A.33) se torna

$$\dot{Y}_1 = (-i + \frac{1}{2} \mu) Y_1 - \frac{1}{8} \beta Y_1^2 Y_2 \quad (\text{A.39})$$

Passando para coordenadas polares

$$Y_1 = \rho e^{i\theta(t)} \quad (\text{A.40})$$

e procurando-se soluções de regime, encontra-se facilmente através da igualdade entre partes real e imaginária de (A.39).

$$\rho = 2 \sqrt{\mu/\beta} \quad (\text{A.41})$$

$$\dot{\theta} = -1 \quad (\text{A.42})$$

Note-se que uma vez obtido (A.25) (diagonalização da parte linear) pode-se passar diretamente para (A.39). As etapas intermediárias foram apresentadas para fins de ilustração dos princípios do método.

APÊNDICE B

O MÉTODO DE NEWTON

A fim de resolver o sistema (V.97) - (V.98), que dá o valor de c e $\Delta\theta$, foi utilizado o método de Newton. Este método é clássico e conhecido. Entretanto, para tornar o apêndice auto-suficiente, será dado um breve resumo do método. Ele consiste em arbitrar uma solução aproximada para o sistema e obter uma outra melhor através da aproximação de superfícies por planos.

Sejam

$$\begin{aligned}
 Z_1(c, \Delta\theta) = & -a_1(G_3 \cos \Delta\theta - H_3 \sin \Delta\theta) + \\
 & + c[-3G_1 G_3 C_{L0}^2 + 4a_1 G_3 - 2a_1(-G_3 \cos 2\Delta\theta + H_3 \sin 2\Delta\theta)] + \\
 & + c^2 G_3 C_{L0}^2 (3G_1 \cos \Delta\theta + H_1 \sin \Delta\theta) + \\
 & + c^3 [-4G_1 G_3 C_{L0}^2 + 2G_3 C_{L0}^2 (-G_1 \cos 2\Delta\theta + H_1 \sin 2\Delta\theta) + 3a_1 G_3], \quad (B.1) \\
 Z_2(c, \Delta\theta) = & 2(\sqrt{1 + H_3 C_{L0}^2} - a_2)(G_3 \cos \Delta\theta - H_3 \sin \Delta\theta) + \\
 & + G_3 C_{L0}^2 (-G_3 \sin \Delta\theta - H_3 \cos \Delta\theta) + \\
 & + c\{(\sqrt{1 + H_3 C_{L0}^2} - a_2)[-8G_3 + 4(-G_3 \cos 2\Delta\theta + H_3 \sin 2\Delta\theta)] + \\
 & + G_3 C_{L0}^2 (4H_3 - 3H_1 + 2G_3 \sin 2\Delta\theta + 2H_3 \cos 2\Delta\theta)\} +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + c^2 G_3 C_{L0}^2 (-G_1 \sin \Delta \theta + 3H_1 \cos \Delta \theta) + \\
& + c^3 \left[-6G_3 (\sqrt{1 + H_3 C_{L0}^2} - a_2) + \right. \\
& \left. + G_3 (3H_3 - 4H_1 + 2G_1 \sin 2\Delta \theta - 2H_1 \cos 2\Delta \theta) \right] \quad (B.2)
\end{aligned}$$

Seja a solução aproximada (c_0, θ_0) . Se a solução fosse exata, $Z_1(c_0, \theta_0) = Z_2(c_0, \theta_0) = 0$. Desenvolvendo Z_1 e Z_2 em série de Taylor em torno de (c_0, θ_0) e considerando apenas as derivadas de primeira ordem, tem-se

$$Z_1(c_0 + h_c, \theta_0 + h_\theta) = Z_1(c_0, \theta_0) + \frac{\partial Z_1}{\partial c} h_c + \frac{\partial Z_1}{\partial \Delta \theta} h_\theta, \quad (B.3)$$

$$Z_2(c_0 + h_c, \theta_0 + h_\theta) = Z_2(c_0, \theta_0) + \frac{\partial Z_2}{\partial c} h_c + \frac{\partial Z_2}{\partial \Delta \theta} h_\theta, \quad (B.4)$$

onde as derivadas são calculadas no ponto (c_0, θ_0) .

Quando as expressões (B.3) e (B.4) se anularem, tem-se, em forma matricial,

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial Z_1}{\partial c} & \frac{\partial Z_1}{\partial \Delta \theta} \\ \frac{\partial Z_2}{\partial c} & \frac{\partial Z_2}{\partial \Delta \theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_c \\ h_\theta \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} Z_1(c_0, \theta_0) \\ Z_2(c_0, \theta_0) \end{bmatrix} \quad (B.5)$$

Resolvendo-se este sistema em h_c e h_θ , tem-se como nova aproximação da solução de (B.1) e (B.2), o par $(c_0, h_c, \theta_0 + h_\theta)$. O processo naturalmente poderá ser repetido até se obter os limites pré-fixados para Z_1 e Z_2 . No programa ADRP, a convergência se obtém após cerca de cinco iterações.

As derivadas parciais de Z_1 e Z_2 são

$$\begin{aligned} \frac{\partial Z_1}{\partial c} = & [-3G_1G_3C_{L0}^2 + 4a_1G_3 + 2a_1(G_3\cos\Delta\theta - H_3\sin 2\Delta\theta)] + \\ & + 2cG_3C_{L0}^2(3G_1\cos\Delta\theta + H_1\sin\Delta\theta) + \\ & + 3c^2[-4G_1G_3C_{L0}^2 + 2G_3C_{L0}^2(-G_1\cos 2\Delta\theta - H_1\sin 2\Delta\theta) + 3a_1G_3] \quad (B.6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Z_1}{\partial \Delta\theta} = & a_1(G_3\sin\Delta\theta + H_3\cos\Delta\theta) + \\ & + 4ca_1(-G_3\sin 2\Delta\theta - H_3\cos 2\Delta\theta) + \\ & + c^2G_3C_{L0}^2(-3G_1\sin\Delta\theta + H_1\cos\Delta\theta) + \\ & + 4c^3G_3C_{L0}^2(G_1\sin 2\Delta\theta - H_1\sin 2\Delta\theta) \quad (B.7) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Z_2}{\partial c} = & (\sqrt{1 + H_3C_{L0}^2} - a_2)[-8G_3 + 4(-G_3\sin 2\Delta\theta + H_3\sin 2\Delta\theta)] + \\ & + G_3C_{L0}^2(4H_3 - 3H_1 + 2G_3\sin 2\Delta\theta + 2H_3\cos 2\Delta\theta) + \\ & + 2cG_3C_{L0}^2(-G_1\sin\Delta\theta + 3H_1\cos\Delta\theta) + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + 3c^2 \left[-6G_3(\sqrt{1 + H_3 C_{L0}^2} - a_2) + \right. \\
& \left. + G_3 C_{L0}^2 (3H_3 - 4H_1 + 2G_1 \sin 2\Delta\theta - 2H_1 \cos 2\Delta\theta) \right] \quad (B.8)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial Z_2}{\partial \Delta\theta} = & - 2(\sqrt{1 + H_3 C_{L0}^2} - a_2)(G_3 \sin \Delta\theta + H_3 \cos \Delta\theta) + \\
& + G_3 C_{L0}^2 (-G_3 \cos \Delta\theta + H_3 \sin \Delta\theta) + \\
& + 4c \left[2(\sqrt{1 + H_3 C_{L0}^2} - a_2)(G_3 \sin 2\Delta\theta + H_3 \cos 2\Delta\theta) + \right. \\
& \left. + G_3 C_{L0}^2 (G_3 \cos 2\Delta\theta - H_3 \sin 2\Delta\theta) \right] - \\
& - c^2 G_3 C_{L0}^2 (G_1 \cos \Delta\theta + 3H_1 \sin \Delta\theta) + \\
& + 4c^3 G_3 C_{L0}^2 (G_1 \cos 2\Delta\theta + H_1 \sin 2\Delta\theta) \quad (B.9)
\end{aligned}$$

APÊNDICE CINTEGRAIS DOS PRODUTOS DAS AUTOFUNÇÕES

A fim de passar da equação (V.38) para as equações (V.72) e (V.73), é necessário calcular integrais do tipo

$$\int_0^{\ell} \sin \frac{i\pi x}{\ell} \sin \frac{j\pi x}{\ell} \sin \frac{k\pi x}{\ell} \sin \frac{m\pi x}{\ell} dx, \quad i, j, k, m = 1, 3. \quad (C.1)$$

Através da mudança de variáveis

$$\xi = \frac{\pi x}{\ell}, \quad (C.2)$$

tem-se

$$\begin{aligned} \int_0^{\ell} \sin \frac{i\pi x}{\ell} \sin \frac{j\pi x}{\ell} \sin \frac{k\pi x}{\ell} \sin \frac{m\pi x}{\ell} dx &= \\ &= \frac{\ell}{\pi} \int_0^{\pi} \sin i\xi \sin j\xi \sin k\xi \sin m\xi d\xi \end{aligned} \quad (C.3)$$

Introduzindo a notação

$$I(i, j, k, m) = \frac{\ell}{\pi} \int_0^{\pi} \sin i\xi \sin j\xi \sin k\xi \sin m\xi d\xi, \quad (C.4)$$

tem-se

$$I(1, 1, 1, 1) = \frac{3\ell}{8} \quad (C.5)$$

$$I(1, 1, 1, 3) = -\frac{\ell}{8} \quad (C.6)$$

$$I(1, 1, 3, 3) = \frac{\ell}{\pi} \quad (C.7)$$

$$I(1, 3, 3, 3) = 0 \quad (C.8)$$

$$I(3, 3, 3, 3) = \frac{3\ell}{8} \quad (C.9)$$

APÊNDICE D

MATRIZES DE RIGIDEZ E VETOR CARREGAMENTO DE ELEMENTO DE "RISER"

A matriz de rigidez $[k]$ de um elemento de "riser" é constituída de três parcelas: $[k_1]$ devido à flexão, $[k_2]$ devido à tração e $[k_3]$ devido à variação da tração. Estas matrizes e o vetor carregamento $[f]$ são dados abaixo, tendo sido retirados do artigo de Gardner [3].

$$[k_1] = \frac{EI}{\ell^3} \begin{bmatrix} 12 & 6\ell & -12 & -6\ell \\ & 4\ell^2 & -6\ell & 2\ell^2 \\ & & 12 & -6\ell \\ \text{sim.} & & & 4\ell^2 \end{bmatrix}$$

$$[k_2] = \frac{f_0}{30\ell} \begin{bmatrix} 36 & 3\ell & -3\ell & 3\ell \\ & 4\ell & -3\ell & -\ell^2 \\ & & 36 & -3\ell \\ \text{sim.} & & & 4\ell^2 \end{bmatrix}$$

$$[k_3] = \frac{f_1}{60} \begin{bmatrix} 36 & 6\ell & -36 & 0 \\ & 2\ell^2 & -6\ell & -\ell^2 \\ & & 36 & 0 \\ \text{Sim.} & & & 6\ell^2 \end{bmatrix}$$

$$[f] = \frac{\ell}{60} \begin{bmatrix} 30f_0 & + & 9f_1\ell \\ 5f_0\ell & + & 2f_1\ell^2 \\ 30f_0 & + & 21f_1\ell \\ -5f_0\ell & - & 3f_1\ell^2 \end{bmatrix}$$

APÊNDICE E

LISTAGEM DO PROGRAMA AERP

```

C
C  MAIN AERF
C      ANALISA AS TENSOES ESTATICAS E AS VIERACCES LIVRES
C      EM RISERS DE PERFURACAO
      DOUBLE PRECISION R,AR,Q,AQ
      DIMENSION X(50),VC(50),VO(50),BM(50),T(50),SM(50),SP(50)
      DIMENSION R(400),AR(400),Q(100),AQ(100)
      COMMON/HUM/ ANOME(20),TRMN,DTR,NTR,PROF,DBELL,DSMN,ODS,AOS,
      *DNMN,DDN,NDN,ALMN,DAL,NAL,CHMN,CCM,ACP,IC,NC,PR(22),VEL(22),
      *DI,DE,CTUB,DBOP,PCON,DCHK,CKILL,PCHK,PKILL,DRAG
      COMMON/DCI/ PH,PD,S,DPH,DPC,DPS,PEA,EI
      COMMON/TRE/ TR,DS,DN,AL,CH
      COMMON/CAT/ INA
      IB = 4
      ANG = 0.17453
      IDC = 0

C
C  LEITURA E IMPRESSAO DOS DADOS
      CALL DADOS(IEK)
      IF (IEK.GT.0) GO TO 40

C
      E = 2.1E+10
      CUM = 2.
      AE = 0.7854*DE*DE
      AI = 0.7854*DI*DI
      AS = AE-AI
      XI = 0.04909*(DE**4 - DI**4)
      EI = E*XI

C
      DO 30 IAL=1,NAL
      AL = ALMN + (IAL-1)*DAL
      HA = PROF + AL - DBOP
      HK = PROF + DBELL - DBOP
      HL = HR
      PBA = PROF - DBOP + AL

C
C  DIVISAO DO RISER EM ELEMENTOS FINITOS
      CALL EFINIT(X,DE,DBELL,PROF,DBOP,AL,NA)
      NEQ = NA*NN
      NQ = 4*NEQ

C
C  VELOCIDADE DE CORRENTE NOS PONTOS NODAIS
      CALL CORENT(PR,VEL,VC,X,PROF,DBOP,NA,AC,IC)

C
      DO 30 ITR=1,NTR
      TR = TRMN + (ITR-1)*DTR
      DO 30 IDN=1,NDN
      DN = DNMN + (IDN-1)*DDN
      PX = PCON/CTUB + PCHK + PKILL
      ROA = 1020.
      ROR = 7840. + PX/AS
      ROL = 1000*DN
      DPH = AE*ROA*HA
      DPO = -AE*ROA
      DPS = (COM-1)*AE*ROA
      PH = DPH - AI*ROL*HL - AS*ROR*HK + TR

```

$PD = DPD + AI * ROL + AS * ROR$
 $SF = AI * ROL + AS * ROR + PX$
 $SD = SF + DPS$
 $S = C.102 * (SD * (PROF - DEOP) + SF * CEELL) / HR$

C
 C MATRIZ DE RIGIDEZ
 CALL RIGDEZ(R,X,NEQ)

C
 C MODOS NATURAIS DE VIBRACAO
 IDC = IDC+1
 IF (IDC.GT.1) GO TO 7
 DS = DSMN
 CM = CMN
 P1 = (TR-PH)/HR
 7 CALL AUTVETCPH,P1,S,EI,HR,ANOME)

C
 DO 30 ICM=1,NCM
 CM = CMN + (ICM-1)*DCM

C
 C VELOCIDADE DE ONDA NOS PONTOS NODAIS
 CALL ONDAS(VD,VC,X,CM,AL,PROF,DEOP,NN)

C
 C VETOR CARREGAMENTO
 DDD = DE + DCHK + DRILL
 CALL CARREG(Q,X,VC,VO,DRAG,[DD,NN])

C
 DO 30 IDS=1,NDS
 DS = DSMN + (IDS-1)*DDS

C
 IND = 0
 9 DO 10 I=1,NEQ
 10 AQ(I) = Q(I)
 DO 20 I=1,NQ
 20 AR(I) = R(I)

C
 C CONDIÇÕES DE CONTORNO
 CNN = 0.01*DS*PROF
 CALL CCONT(CR,AQ,NEQ,1,0.0,IE,0)
 CALL CCONT(CR,AQ,NEQ,NEQ-1,CNN,IE,0)
 IF (IND.EQ.0) GO TO 23
 IND = 0

C
 CALL CCONT(CR,AQ,NEQ,2,AQB,IE,0)

C
 C CALCULO DOS DESLOCAMENTOS NODAIS
 23 CALL SISTEM(CR,AQ,NEQ,IE)

C
 C VERIFICA SE O ANGULO NO EOP E INFERIOR A 10 GRAUS
 AQD = AQ(2)
 IF (ABS(AQD).LE.ANG) GO TO 25
 IND = 1
 IF (AQD.LT.0.0) AQD=-ANG
 IF (AQD.GT.0.0) AQD=ANG
 GO TO 9

C
 C CALCULO DE ESFORÇOS E TENSÕES

25 CALL TENSAD(AQ,X,BM,SM,SP,KM,KP,CE,DI,AN,T)

C

Q. IMPRESSAO DOS RESULTADOS

CALL RELAT(X,AQ,BM,T,SM,SP,KM,KP,ANOME,NN)

C

30 CONTINUE

40 STOP

END

```

C
C SUBROTINA DADOS
C   LEITURA E IMPRESSAO DOS DADOS DE ENTRADA
C   SUBROUTINE DADOS( IER )
COMMON/HUM/ ANOME(20),TRMN,DTR,NTR,PROF,DBELL,DSMN,DDS,NDS,
*DNMN,DDN,NDN,ALMN,DAL,NAL,CHMN,CCP,NCP,IC,NC,PR(22),VEL(22)
*DI,DE,CTUB,DBOP,PCON,DCHK,DKILL,PCHK,PKILL,DRAG
IER = 0

C
C NOME DA EMBARCACAO
C   READ 1101, ANOME
C   PRINT 1201, ANOME

C
C PROFUNDIDADE
C   READ 1103, PROF
C   PRINT 1203, PROF
C   IF (PROF.GT.0.0) GO TO 5
C   IER = IER+1
C   PRINT 1301

C
C ALTURA DO BELL NIPPLE E DO BOP
C   5 READ 1104, DBELL,DBOP
C   PRINT 1214, DBELL,DBOP
C   IF (DBELL.GT.0.0) GO TO 10
C   IER = IER+1
C   PRINT 2301
C   10 IF (DBOP.GE.0.0) GO TO 15
C   IER = IER+1
C   PRINT 1309
C   GO TO 20
C   15 IF (DBOP.LT.PROF) GO TO 20
C   IER = IER+1
C   PRINT 1310

C
C TRACAO MINIMA, MAXIMA E OPCOES
C   20 READ 1102, TRMN,TRMX,XTR
C   PRINT 1202
C   CALL CONFER(TRMN,TRMX,XTR,NTR,DTR,IND)
C   IF (IND.EQ.0) GO TO 25
C   IER = IER+1

C
C DESLOCAMENTO MINIMO, MAXIMO E OPCOES
C   25 PRINT 1204
C   READ 1102, DSMN,DSMX,XDS
C   CALL CONFER(DSMN,DSMX,XDS,NDS,DCS,IND)
C   IF (IND.EQ.0) GO TO 30
C   IER = IER+1

C
C DENSIDADE DA LAMA - MINIMA, MAXIMA E OPCOES
C   30 PRINT 1205
C   READ 1102, DNMN,DNMX,XDN
C   CALL CONFER(DNMN,DNMX,XDN,NEN,ECN,IND)
C   IF (IND.EQ.0) GO TO 40
C   IER = IER+1

C
C ALTURA DAS ONDAS - MINIMA, MAXIMA E OPCOES

```

IONDA = 0

40 PRINT 1206

READ 1102, ALMN, ALMX, XAL

CALL CONFER(ALMN, ALMX, XAL, NAL, DAL, IND)

IF (IND.EQ.0) GO TO 50

IER = IER+1

C

C COMPRIMENTO DAS ONDAS - MINIMO, MAXIMO E GPCOES

50 PRINT 1207

READ 1102, CMMN, CMMX, XCM

IF (ALMX.NE.0.0.AND.CMMN.EQ.0.0) IONDA=1

IF (CMMN.EQ.0.0) CMMN=20*ALMX

CALL CONFER(CMMN, CMMX, XCM, NCM, DCM, INC)

IF (IONDA.EQ.1) PRINT 2206

IF (IND.EQ.0) GO TO 60

IER = IER+1

C

C CORRENTE - PERFIL DE VELOCIDADE

60 PRINT 1208

IC = 0

LH = 0

LD = 0

DO 70 I=1,21

READ 1102, PR(I), VEL(I), XX

PRINT 1209, PR(I), VEL(I)

IF (VEL(I).NE.0.0) IC=IC+1

IF (PR(I).LT.0.0) GO TO 80

IF (PR(I).GT.PROF) GO TO 85

IF (PR(I).EQ.0.0) LH = LH+1

IF (PR(I).EQ.PROF) LD = LD+1

69 IF (XX.NE.0.0) GO TO 90

70 CONTINUE

PRINT 1302

IER = IER+1

GO TO 230

80 PRINT 1301

IER = IER+1

GO TO 69

85 PRINT 1303, PROF

IER = IER+1

GO TO 69

90 PRINT 1210, XX

IF (I.GT.1) GO TO 120

IF (LH.EQ.1) GO TO 100

IF (LD.EQ.1) GO TO 110

NC = 3

PR(2) = PR(1)

PR(1) = 0.0

PR(3) = PROF

VEL(2) = VEL(1)

VEL(1) = 0.0

VEL(3) = 0.0

PRINT 1211, PR(1), VEL(1)

PRINT 1211, PR(3), VEL(3)

GO TO 160

100 NC = 2


```

      PR(2) = PROF
      VEL(2) = 0.0
      PRINT 1211, PR(2), VEL(2)
      GO TO 160
110  PR(2) = PROF
      PR(1) = 0.0
      VEL(2) = VEL(1)
      VEL(1) = 0.0
      PRINT 1211, PR(1), VEL(1)
      GO TO 160
120  NC = 1
      IF (LH.GT.1) GO TO 150
      IF (LH.EQ.1) GO TO 125
      NC = NC+1
      PR(NC) = 0.0

C
C  MAIN RISER
C      ANALISA AS TENSOES ESTATICAS EM RISERS DE PERFURACAO
      DOUBLE PRECISION R,AR,XM,AXM,Q,AQ
      DIMENSION X(50),VC(50),VO(50),BM(50),T(50),SM(50),SP(50)
      DIMENSION R(400),AR(400),XM(400),AXM(400),Q(100),AQ(100)
      COMMON/HUM/ ANOME(20),TRMN,DTR,NTR,PRCF,DBELL,DSMN,DDS,ADS,
*DNMN,DDN,NDN,ALMN,DAL,NAL,CMMN,CCM,ACM,IC,NC,PR(22),VEL(22),
*DI,DE,CTUB,DBOP,PCON,DCHK,DKILL,PCFK,PKILL,DRAG
      COMMON/COI/ PH,PD,S,DPH,DPC,DPS,PBA,EI
      COMMON/TRE/ TR,DS,DN,AL,CM
      COMMON/QAT/ INA
      IB = 4
      ANG = 0.17453
      IDC = 0

C
C  LEITURA E IMPRESSAO DOS DADOS
      CALL DADOS(IER)
      IF (IER.GT.0) GO TO 40

C
      E = 2.1E+10
      COM = 2.
      AE = 0.7854*DE*DE
      AI = 0.7854*DI*DI
      AS = AE-AI
      XI = 0.04909*(DE**4 - DI**4)
      EI = E*XI

C
      DO 30 IAL=1,NAL
      VEL(NC) = 0.0
      PRINT 1211, PR(NC), VEL(NC)
125  IF (LD.GT.1) GO TO 150
      IF (LD.GT.1) GO TO 150
      IF (LD.EQ.1) GO TO 130
      NC = NC+1
      PR(NC) = PROF
      VEL(NC) = 0.0
      PRINT 1211, PR(NC), VEL(NC)

C  ORÇENACAO DO PERFIL DE VELOCIDADE
130  DO 140 I=2,NC
      NI = NC-I+2

```

```

      DC 140 J=2,N1
      IF (PR(J).EQ.PR(J-1)) GO TO 150
      IF (PR(J).GT.PR(J-1)) GO TO 140
      XX = PR(J)
      PR(J) = PR(J-1)
      PR(J-1) = XX
      XX = VEL(J)
      VEL(J) = VEL(J-1)
      VEL(J-1) = XX
140  CONTINUE
      GO TO 160
150  PRINT 1304
      IER = IER+1

```

C
C DIAMETROS DO RISER - INTERNO E EXTERNO

```

160  READ 1104, DI,DE
      IF (DE.GE.DI) GO TO 165
      XX = DI
      DI = DE
      DE = XX
165  PRINT 1212, DI,DE
      IF (DI.GT.0.0) GO TO 168
      IF (DI.GT.0.0) GO TO 168
      IER = IER+1
      PRINT 1305
      GO TO 170
168  IF (DI.LT.DE) GO TO 170
      IER = IER+1
      PRINT 1306

```

C
C COMPRIMENTO DOS TUBOS DO RISER

```

170  READ 1103, CTUB
      PRINT 1213, CTUB
      IF (CTUB.GT.0.0) GO TO 175
      IER = IER+1
      PRINT 1307
      GO TO 190
175  IF (CTUB.LE.PROF) GO TO 190
      IER = IER+1
      PRINT 1308

```

C
C PFSD DOS CONECTORES

```

190  READ 1103, PCON
      PRINT 1215, PCON
      IF (PCON.GE.0.0) GO TO 200
      IER = IER+1
      PRINT 1311

```

C
C DIAMETRO DA LINHAS DE CHOKE E DE KILL

```

200  READ 1104, DCHK,DKILL
      IND = 0
      IF (DKILL.NE.0.0) GO TO 202
      IND = 1
      DKILL = DCHK
202  PRINT 1216, DCHK,DKILL
      IF (IND.EQ.1) PRINT 1217

```

108

IF (DCHK.GE.0.0) GO TO 205

IER = IER+1

PRINT 1312

205 IF (DKILL.GE.0.0) GO TO 210

IER = IER+1

PRINT 1313

C

C PESO DAS LINHAS DE CHOKE E DE KILL

210 READ 1104, PCHK,PKILL

IND = 0

IF (PKILL.NE.0.0) GO TO 212

PKILL = PCHK

IND = 1

212 PRINT 1218, PCHK,PKILL

IF (IND.EQ.1) PRINT 1217

IF (PCHK.GE.0.0) GO TO 215

IER = IER+1

PRINT 1314

215 IF (PKILL.GE.0.0) GO TO 220

IER = IER+1

PRINT 1315

C

C COEFICIENTE DE DRAG

220 READ 1103, DRAG

IND = 0

IF (DRAG.EQ.0.0) GO TO 225

IF (DRAG.GT.0.0) GO TO 227

IER = IER+1

GO TO 227

225 IND = 1

DRAG = 0.29*ALOG((DE/0.3048) + 6.5583)

227 PRINT 1219, DRAG

IF (IND.EQ.1) PRINT 1220

IF (DRAG.LT.0.0) PRINT 1316

C

IF (IER.EQ.0) GO TO 240

230 PRINT 1317, IER

C

240 PRINT 1221

RETURN

C

1101 FORMAT(20A4)

1102 FORMAT(3F10.3)

1103 FORMAT(F10.3)

1104 FORMAT(2F10.3)

1201 FORMAT(1H1///10X,20A4)

1202 FORMAT(/10X,17HTRACAO MINIMA(KG),T35,17HTRACAO MAXIMA(KG),T60,
*13HNO. DE OPCOES)

1203 FORMAT(/10X,21HLAMINA DAGUA(METROS):,F8.2)

1204 FORMAT(/10X,20HDESLOCAMENTO MIN.(?),T35,20HDESLOCAMENTO MAX.(?),
*T60,13HNO. DE OPCOES)

1205 FORMAT(/10X,18HLAMA - DENS.MINIMA,T41,11HDENS.MAXIMA,
*T60,13HNO. DE OPCOES)

1206 FORMAT(/10X,23HONDAS - ALT.MIN(METROS),T37,15HALT.MAX(METROS),
*T60,13HNO. DE OPCOES)

2206 FORMAT(1H+,T26,1H*)

```

1207 FORMAT(/10X,24HUNDAS - COMP.MIN(METROS),T37,16HCOMP.MAX(METROS),
+T60,13HNO. DE OPCOES)
1208 FORMAT(/10X,36H--PERFIL DE VELOCIDADE DE CORRENTE--/
+10X,13HPROF.(METROS),T30,17HVELOCIDADE(P/SEG))
1209 FORMAT(10X,F10.2,T30,F10.3)
1210 FORMAT(1H+T40,F10.1)
1211 FORMAT(10X,F10.2,1H*,T30,F10.3,1H*)
1212 FORMAT(/10X,25HRISER - DIAM.INT(METROS):,F7.4,5X,
+17HDIAM.EXT(METROS):,F7.4)
1213 FORMAT(/10X,32HRISER - COMP. DOS TUBOS(METROS):,F7.3)
1214 FORMAT(/10X,41HALTURA DO BELL NIPPLE SOBRE O MAR(METROS):,F8.2/
+10X,41HDISTANCIA DO BOP AO FUNDO DO MAR(METROS):,F8.2)
1215 FORMAT(/10X,22HPESO DAS CONEXOES(KG):,F8.3)
1216 FORMAT(/10X,27HDIAMETRO DAS LINHAS(METROS)/15X,6HCHOKE:,F6.3,10X,
+5HKILL:,F6.3)
1217 FORMAT(1H+,T49,1H*)
1218 FORMAT(/10X,21HPESO DAS LINHAS(KG/M)/15X,6HCHOKE:,F6.3,10X,
+5HKILL:,F6.3)
1219 FORMAT(/10X,20HCOEFICIENTE DE DRAG:,F6.3)
1220 FORMAT(1H+,T37,1H*)
1221 FORMAT(///65H *VALORES ASSINALADOS COM ASTERISCO FORAM ASSUMIDOS F
+ELO PROGRAMA)
1301 FORMAT(42H *****ERRO: PROFUNDIDADE NEGATIVA***** )
2301 FORMAT(65H *****ERRO: ALTURA DO BELL NIPPLE SOBRE O MAR EH NEGATI
+VA***** )
1302 FORMAT(74H *****ERRO: O NUMERO MAXIMO DE PONTOS DO PERFIL DA COR
+RENTE EH 20***** )
1303 FORMAT(41H *****ERRO: A PROFUNDIDADE MAXIMA EH DE,F7.2,14H METRO
+S***** )
1304 FORMAT(74H *****ERRO: O PERFIL DA CORRENTE CONTEM DUAS PROFUNDID
+ADES IGUAIS***** )
1305 FORMAT(67H *****ERRO: O DIAMETRO INTERNO DO RISER EH NEGATIVO OU
+NULO***** )
1306 FORMAT(71H *****ERRO: OS DIAMETROS INTERNO E INTERNO DO RISER SA
+O IGUAIS***** )
1307 FORMAT(64H *****ERRO: O COMPRIMENTO DOS TUBOS EH NEGATIVO OU NUL
+O***** )
1308 FORMAT(71H *****ERRO: O COMPRIMENTO DOS TUBOS EH SUPERIOR A PROF
+UNDIDADE***** )
1309 FORMAT(67H *****ERRO: A DISTANCIA DO BOP AO FUNDO DO MAR EH NEGA
+TIVA***** )
1310 FORMAT(82H *****ERRO: A DISTANCIA DO BOP AO FUNDO DO MAR EH SUPE
+RIOR A PROFUNDIDADE***** )
1311 FORMAT(52H *****ERRO: O PESO DAS CONEXOES EH NEGATIVO***** )
1312 FORMAT(61H *****ERRO: O DIAMETRO DA LINHA DE CHOKE EH NEGATIVO**
+***** )
1313 FORMAT(60H *****ERRO: O DIAMETRO DA LINHA DE KILL EH NEGATIVO***
+***** )
1314 FORMAT(57H *****ERRO: O PESO DA LINHA DE CHOKE EH NEGATIVO*****
+** )
1315 FORMAT(56H *****ERRO: O PESO DA LINHA DE KILL EH NEGATIVO*****
+* )
1316 FORMAT(52H *****ERRO: O COEFICIENTE DE DRAG EH NEGATIVO***** )
1317 FORMAT(///36H *****PROGRAMA INTERROMPIDO*****/10X,14,17H ERROS
+DETECTADOS)

```

C

END

```

C
C SUBROTINA CONFER
C CONFERE CERTOS DADOS LIDOS NA SUBROTINA CADCS
C SUBROUTINE CONFER(A,B,X,N,D,IND)
  IND = 0
  IA = 0
  IN = 0
  N = X
  IF (B.EQ.0.0) GO TO 10
  IF (B.EQ.A) GO TO 12
  IF (N.EQ.0) GO TO 20
  IF (N.LT.0) GO TO 30
  IF (N.EQ.1) GO TO 40
  IF (B.GT.A) GO TO 5
  X = A
  A = B
  B = X
  5 D = (B-A)/(N-1)
  GO TO 50
C
C UMA OPCAO
C 10 B = A
  IA = 1
  12 IF (N.NE.1) IN=1
  N = 1
  D = 0.0
  GO TO 50
C
C DUAS OPCOES
C 20 IN = 1
  N = 2
  D = B-A
  GO TO 50
C
C NUMERO DE OPCOES NEGATIVO
C 30 IND = 1
  GO TO 50
C
C NUMERO DE OPCOES INACEITAVEL(=1)
C 40 IND = 2
C
C 50 PRINT 101, A,B,N
  IF (IA.EQ.1) PRINT 102
  IF (IN.EQ.1) PRINT 103
  IF (IND.EQ.1) PRINT 201
  IF (IND.EQ.2) PRINT 202
  RETURN
C
101 FORMAT(15X,F10.3,T40,F10.3,T63,I4)
102 FORMAT(1H+,T50,1H*)
103 FORMAT(1H+,T67,1H*)
201 FORMAT(46H *****ERRO: NUMERO DE OPCOES NEGATIVO***** )
202 FORMAT(49H *****ERRO: NUMERO DE OPCOES INACEITAVEL***** )
C
  * END

```

C

C

SUBROUTINE EFINIT

C

DIVIDE O RISER, EM ELEMENTOS FINITOS

SUBROUTINE EFINIT(X,DE,DBELL,PROF,DEOP,AL,NN)

DIMENSION X(1)

COMMON/QAT/ ND

XLT = DBELL + PROF - DEOP

NX = XLT/(10*DE) + 0.5

N = MIN0(49,NX)

IF (N.LT.10) N=10

XL = XLT/N

NN = N+1

X(NN) = XLT

IF (AL.LT.DBELL) GO TO 7

ND = NN-1

GO TO 26

C

7 NH = (DBELL-AL)/XL +1

IF (NH.GT.1) GO TO 10

XL = DBELL-AL

GO TO 19

10 XL = (DBELL-AL)/NH

19 DO 20 I=1,NH

20 X(NN-I) = X(NN) - I*XL

IF (AL.GT.0.0) GO TO 25

ND = NN-NH

GO TO 27

25 ND = NN-NH-1

26 X(ND) = PROF-DEOP

27 XL = (PROF-DEOP)/(ND-1)

DO 30 I=1,ND

30 X(I) = (I-1)*XL

RETURN

END

```

C
C SUBROTINA ONDAS
C     CALCULA A VELOCIDADE DA AGUA NOS PONTOS NODAIS
C     DE ACORDO COM A TEORIA DE STOKES DE SEGUNDA ORDEM
C     SUBROUTINE ONDAS(V0,VC,X,CM,AL,PROF,DBOP,NN)
C     DIMENSION V0(1),VC(1),X(1)
C     IF (AL.GT.0.0) GO TO 10
C     I = 1
C     GO TO 40
C
10 AC = 3.1416*AL/CM
PC = 6.2832/CM
T = SQRT(0.6405*CM/TANH(PC*PROF))
AT = 3.1416*AL/T
SH = 1.0/SINH(PC*PROF)
SQ = SH**4
PD = PROF - DBOP
D = PD - 0.5*CM
NM = NN-1
DO 20 I=1,NM
IF (X(I).LT.D) GO TO 19
IF (X(I).GT.PD) GO TO 30
XD = PC*(X(I) + DBOP)
CH = COSH(XD)
CD = COSH(XD+XD)
V0(I) = AT*(CH*SH + 0.75*AC*CD*SQ)
GO TO 20
19 V0(I) = 0.0
20 CONTINUE
I = NN
C
30 V0(I) = V0(I-1)
VC(I) = VC(I-1)
IF (I.EQ.NN) GO TO 60
I = I+1
40 DO 50 J=I,NN
50 V0(J) = 0.0
C
60 RETURN
END

```

```

C
C SUBROTINA CURENT
C      CALCULA A VELOCIDADE DA CORRENTE NOS PONTOS MODAIS
C SUBROUTINE CORENT(PR,VEL,VC,X,PROF,CBOP,N,NC,IC)
  DIMENSION PR(1),VEL(1),VC(1),X(1)
  IF (IC.NE.0) GO TO 10
  J = 1
  GO TO 70

C
10 DO 20 I=1,NC
20 PR(I) = -PR(I) + PROF - CBOP
  NM = NC-1
  DO 30 I=1,NM
  NI = NC-I
  IF (PR(NI).GT.0.0) GO TO 40
30 CONTINUE
  NI = 1
40 K = 1
41 KP = K+1
  D = (VEL(NI) - VEL(NI+1)) / (PR(NI) - PR(NI+1))
  VC(K) = VEL(NI+1) + D*(X(K) - PR(NI+1))
  DO 50 J=KP,N
  IF (PR(NI).LT.X(J)) GO TO 60
50 VC(J) = VC(K) + D*(X(J) - X(K))
  GO TO 80

C
60 IF (NI.EQ.1) GO TO 70
  K = J
  NI = NI-1
  GO TO 41

C
70 DO 80 I=J,N
80 VC(I) = 0.0
  IF (IC.EQ.0) GO TO 91
  DO 90 I=1,NC
90 PR(I) = -PR(I) + PROF - CBOP
91 RETURN
  END

```



```

C
C SUBROUTINA RIGMASS
C MONTA A MATRIZ DE RIGIDEZ GLOBAL DO RISER
  SUBROUTINE RIGDEZ(R,X,NEQ)
    DOUBLE PRECISION R
    DOUBLE PRECISION RH,RD,RT
    DIMENSION P(1),X(1)
    DIMENSION RH(10),RD(10),RT(10)
    COMMON/DOI/ PH,PD,S,DPH,DPD,DPS,PEA,EI
    NT = NEQ*4
    ND = NEQ/2 -1
    DO 10 I=1,NT
10  R(I) = 0.0
    DO 20 I=1,ND
    IT = 2*(I-1)
    XL = X(I+1) - X(I)
    DH = PH + X(I)*PD
    DD = PD
    DS = S
    IF (X(I+1).LT.PBA) GO TO 15
    DD = DD - DPD
    DH = PH + PBA*PD + DD*(X(I) - PEA)
    DS = DS - DPS
15  CALL RIGHUM(RH,EI,XL)
    CALL RIGDOI(RD,DH,XL)
    CALL RIGTRE(RT,DD,XL)
    DO 20 K=1,4
    ITK = IT+K
    DO 20 J=K,4
    ITJ = IT+J
    IJ = NEQ*(ITJ-ITK) + ITK
    KJ = J*(J-1)/2 + K
20  R(IJ) = R(IJ) + RH(KJ) + RD(KJ) + RT(KJ)
C
  RETURN
  END

```

```

C
C SUBROTINA HIGHUM
C CALCULA A MATRIZ DE RIGIDEZ A FLEXAO DE UM ELEMENTO
SUBROUTINE HIGHUM(RH,EI,XL)
DOUBLE PRECISION RH
DIMENSION RH(1)
F = EI/XL**3
RH(1) = 12.0*F
RH(2) = 6.0*F*XL
RH(3) = 4.0*F*XL*XL
RH(4) = -RH(1)
RH(5) = -RH(2)
RH(6) = RH(1)
RH(7) = RH(2)
RH(8) = 0.5*RH(3)
RH(9) = RH(5)
RH(10) = RH(3)

C
RETURN
END

```

C
C
C

SUBROTINA RIGDOI

CALCULA A MATRIZ DE RIGIDEZ A TRACAO DE UM ELEMENTO

SUBROUTINE RIGDOI(RD,PH,XL)

DOUBLE PRECISION RD

DIMENSION RD(1)

 $F = PH / (30.0 * XL)$ $RD(1) = 36.0 * F$ $RD(2) = 3.0 * F * XL$ $RD(3) = 4.0 * F * XL * XL$ $RD(4) = -RD(1)$ $RD(5) = -RD(2)$ $RD(6) = RD(1)$ $RD(7) = RD(2)$ $RD(8) = -F * XL * XL$ $RD(9) = RD(5)$ $RD(10) = RD(3)$

C

RETURN

END

```
C
C SUBROTINA RIGTRE
-C CALCULA A MATRIZ DE RIGIDEZ A VARIACAO DA TRACAO DE UM ELEMENTO
  SUBROUTINE RIGTRE(RT,PD,XL)
  DOUBLE PRECISION RT
  DIMENSION RT(10)
  F = PD/60.0
  RT(1) = 36.0*F
  RT(2) = 6.0*F*XL
  RT(3) = 2.0*F*XL*XL
  RT(4) = -RT(1)
  RT(5) = -RT(2)
  RT(6) = RT(1)
  RT(7) = 0.0
  RT(8) = -0.5*RT(3)
  RT(9) = 0.0
  RT(10) = 3.0*RT(3)

C
  RETURN
END
```

C SUBROTINA CARREG

C CALCULA O VETOR CARREGAMENTO A PARTIR DAS VELOCIDADES DE
C ONDA E DE CORRENTE

C SUBROUTINE CARREG(Q,X,VC,VO,CD,CE,NA)

DOUBLE PRECISION Q

DIMENSION Q(1),X(1),VC(1),VO(1)

NEQ = NN+NN

NM = NN-1

DO 10 I=1,NEQ

10 Q(I) = 0.0

F = 52.0*CD*DE

DO 20 I=1,NM

II = I+I

XL = X(I+1) - X(I)

TH = F*(VC(I) + VO(I))**2

TD = F*(VC(I+1) + VO(I+1))**2 - TH

Q(II-1) = Q(II-1) + XL*(0.5*TH + 0.15*TD)

Q(II) = Q(II) + XL*XL*(5.0*TH + 2.0*TD)/60.0

Q(II+1) = Q(II+1) + XL*(0.5*TH + 0.35*TD)

20 Q(II+2) = Q(II+2) - XL*XL*(5.0*TH + 3.0*TD)/60.0

RETURN

END

```

C
C SUBROTINA CCONT
C     MODIFICA A MATRIZ DE RIGIDEZ E O VETOR CARREGAMENTO
C     COM A INTRODUCAO DAS CONDICAOES DE CONTORNO
C     IND = 0  MODIFICA O VETOR Q
C     IND = 1  NAO MODIFICA O VETOR Q
C     SUBROUTINE CCONT(XK,Q,N,K,QK,IB,INC)
C     DOUBLE PRECISION XK,Q
C     DIMENSION XK(1),Q(1)
C     IBM = IE-1
C     KM = K-1
C     KP = K+1
C     MN = MINO(K+IBM,N)
C     MX = MAXO(K-IBM,1)
C     IF (IND.EQ.1) GO TO 21
C
C MODIFICACAO DO VETOR Q
C     Q(K) = QK
C     IF (K.EQ.1) GO TO 11
C     DO 10 I=MX,KM
C     IK = N*(K-I) +I
C 10  Q(I) = Q(I) - XK(IK)*QK
C 11  IF (K.EQ.N) GO TO 21
C     DO 20 J=KP,MN
C     KJ = N*(J-K) +K
C 20  Q(J) = Q(J) - XK(KJ)*QK
C
C MODIFICACAO DA MATRIZ XK
C 21  XK(K) = 1.
C     IF (K.EQ.1) GO TO 31
C     DO 30 I=MX,KM
C     IK = N*(K-I) +I
C 30  XK(IK) = 0.
C 31  IF (K.EQ.N) GO TO 41
C     DO 40 J=KP,MN
C     KJ = N*(J-K) +K
C 40  XK(KJ) = 0.
C 41  RETLRN
C     END

```

C

C

SUBROTINA SISTEM

C

RESOLVE SISTEMA DE EQUACOES LINEARES, BANDEADO SIMETRICO

SUBROUTINE SISTEM(XK,Q,N,IB)

DOUBLE PRECISION XK,Q

DIMENSION XK(1),Q(1)

NM = N-1

IBM = IB-1

DO 21 L=1,NM

LP = L+1

MN = MINO(L+IBM,N)

DO 20 I=LP,MN

IP = I+1

LI = N*(I-L) + L

F = XK(LI)/XK(L)

Q(I) = Q(I) - F*Q(L)

DO 10 J=I,MN

IJ = N*(J-I) + I

LJ = N*(J-L) + L

10 XK(IJ) = XK(IJ) - F*XK(LJ)

20 XK(LI) = F

21 Q(L) = Q(L)/XK(L)

C

Q(N) = Q(N)/XK(N)

DO 30 L=1,NM

I = N-L

IP = I+1

MN = MINO(I+IBM,N)

DO 30 J=IP,MN

IJ = N*(J-I) + I

30 Q(I) = Q(I) - XK(IJ)*Q(J)

RETURN

END

C
C
G

SUBROTINA TENSÃO

CALCULA OS MOMENTOS E AS TENSOES DE FLEXAO E DE TRACAO
SUBROUTINE TENSÃO (Q,X,BM,SM,SP,KM,KP,DE,DI,NA,T)

DOUBLE PRECISION Q

DIMENSION Q(1),X(1),BM(1),SM(1),SP(1),T(1)

COMMON/DOI/ PH,PD,S,DPH,DPC,DPS,PEA,EI

NM = NN-1

 $A = 1.2732 / (DE * DE - DI * DI)$ $Z = 1.05E+10 * DE / EI$

DO 10 I=1,NM

10 BM(I) = 0.0

DO 20 I=1,NM

XL = X(I+1) - X(I)

II = I+1

BM(I) = BM(I) +

 $*EI * (-3 * Q(II-1) - 2 * XL * Q(II) + 3 * Q(II+1) - XL * Q(II+2)) / (XL * XL)$

BM(I+1) = BM(I+1) +

 $*EI * (3 * Q(II-1) + XL * Q(II) - 3 * Q(II+1) + 2 * XL * Q(II+2)) / (XL * XL)$

20 CONTINUE

BM(1) = BM(1) + BM(1)

BM(NN) = BM(NN) + BM(NN)

C

AM = 100000.

AP = -100000.

KM = 1

KP = 1

DO 30 I=1,NM

FH = PH

FD = PD

IF (X(I).LT.PBA) GO TO 25

FH = FH - DPH

FD = FD - DPD

25 T(I) = FH + FD * X(I)

SF = 2 * BM(I) / 10000.

ST = A * T(I) / 10000.

SM(I) = ST + SF

SP(I) = ST - SF

IF (SM(I).GE.AM) GO TO 27

AM = SM(I)

KM = I

27 IF (SP(I).LE.AP) GO TO 30

AP = SP(I)

KP = I

30 CONTINUE

C

RETURN

END


```

C
C SUBROTINA RELAT
C     IMPRIME OS VALORES CALCULADOS DOS DESLOCAMENTOS E ESFORÇOS
SUBROUTINE RELAT(X,Q,BM,T,SM,SP,KM,KP,ANOME,NN)
DOUBLE PRECISION Q
DIMENSION X(1),Q(1),BM(1),T(1),SM(1),SP(1)
DIMENSION ANOME(20)
COMMON/TRE/ TR,DS,DN,AL,CM
COMMON/QAT/ INA
PRINT 101, ANOME,TR,DS,DN,AL,CM
KL = 6
PRINT 102
DO 10 I=1,NN
NI = NN-I+1
NQ = NI+NI
XNI = X(NN) - X(NI)
QNI = Q(NQ-1)
QNG = 57.296*Q(NQ)
BMI = BM(NI)
PRINT 103, I, XNI,QNI,QNG,BMI,T(NI),SM(NI),SP(NI)
IF (NI.EQ.KM) PRINT 104
IF (NI.EQ.KP) PRINT 105
IF (NI.EQ.INA) PRINT 107
KL = KL+1
IF (KL.LT.56) GO TO 10
IF (I.EQ.NN) GO TO 10
KL = 1
PRINT 106
PRINT 102
10 CONTINUE
PRINT 108
RETURN
C
101 FORMAT(1H1/1X,20A4//T10,6HTRACAO,T20,12HDESLOCAMENTC,
  *T35,9HDENS.LAMA,T47,8HALT.ONDA,T57,10HCOMP. ONDA/T11,4H(KG),
  *T24,3H(X),T37,5H(ADM),T47,8H(METROS),T58,8H(METROS)/T9,F8.1,
  *T22,F6.2,T36,F6.3,T47,F6.2,T58,F6.2//)
102 FORMAT(T3,2HND,T8,9HDISTANCIA,T20,8HDEFLEXAC,T31,6HANGULO,
  *T39,8HM.FLETOR,T51,6HTRACAO,T60,8HTEASAC -,T73,8HTEASAC +/
  *T9,8H(METROS),T20,8H(METROS),T30,7H(GRAUS),T41,6H(KG.M),
  *T52,4H(KG),T60,8H(KG/CM2),T73,8H(KG/CM2)//)
103 FORMAT(T2,I3,T10,F6.2,T21,F6.2,T31,F6.2,T40,F8.0,T50,F8.0,
  *T60,F8.0,T73,F8.0)
104 FORMAT(1H+,T68,3HMIN)
105 FORMAT(1H+,T81,3HMAX)
106 FORMAT(1H1)
107 FORMAT(1H+,T5,2HNA)
108 FORMAT(1H+,T5,3HEOP)
C
END

```

```

C
C SUBROTINA AUTVET
C   CALCULA AS TRÊS PRIMEIRAS FREQUENCIAS E MODOS NATURAIS
C   DE VIBRAÇÃO DO RISER PELO MÉTODO DE RAYLEIGH-RITZ
C   SUBROUTINE AUTVET(P0,P1,RO,EI,XL,ANOME)
C   DIMENSION ANOME(20)
C   COMMON/TRE/ TR,DS,DN,AL,CM
C
C   PRINT 200, ANOME,TR,DS,DN,AL,CM
C   PI = 3.1416
C   PI2 = PI*PI
C   XL2 = XL*XL
C   XL3 = XL*XL2
C   XM = 0.5*RO*XL
C   XK1 = 0.25*PI2*(2*PI2*EI + 2*XL2*P0 + XL3*P1) /XL3
C   IF (XK1.LE.0.0) GO TO 50
C   XK2 = PI2*(8*PI2*EI + 2*XL2*P0 + XL3*P1)/XL3
C   XK3 = 2.25*PI2*(18*PI2*EI + 2*XL2*P0 + XL3*P1) /XL3
C   XK4 = -8*P1/9
C   XK5 = -96*P1/25
C
C-----1 MODO
C   FR11 = SQRT(XK1/XM)
C
C-----2 MODOS
C   DISCR = (XK1-XK2)**2 + (2*XK4)**2
C   DISCF = SQRT(DISCR)
C   IF (DISCR.GE.(XK1+XK2)) GO TO 50
C   FR21 = SQRT((0.5*(XK1+XK2 -DISCR)/XM))
C   FR22 = SQRT((0.5*(XK1+XK2 +DISCR)/XM))
C   OM1 = XM*FR21**2
C
C-----3 MODOS
C   IF (P1.EQ.0.0) GO TO 30
C   A1 = XK1 + XK2 + XK3
C   A2 = XK1*XK2 + XK1*XK3 + XK2*XK3 - XK4**2 - XK5**2
C   A3 = XK1*XK2*XK3 - XK1*XK5**2 - XK3*XK4**2
C   CM = (A1 - SQRT(A1*A1 - 3*A2))/3
C   IF (A3.LE.0.0) GO TO 50
C   IF (CM.GT.(CM+1)) CM= CM-1
C
C-----PRIMEIRA RAIZ - MÉTODO DE NEWTON
C   DO 10 I=1,1000
C   FOM = OM1**3 - A1*OM1**2 + A2*OM1 - A3
C   FLOM = 3*OM1**2 - 2*A1*OM1 + A2
C   OM2 = OM1 - FOM/FLOM
C   IF (ABS((OM1-OM2)/OM2).LE.0.01) GO TO 20
C   OM1 = OM2
C 10 CONTINUE
C   GO TO 60
C
C 20 OM1 = OM2
C   B1 = A1 - OM1
C   B2 = A2 - B1*OM1
C   DISCR = SQRT(B1*B1 - 4*B2)
C   OM2 = 0.5*(B1 - DISCR)

```

OM3 = 0.5*(B1 + DISCR)
GO TO 40

124

C
C-----TRACAO CONSTANTE

30 OM1 = XK1
OM2 = XK2
OM3 = XK3

C
40 FR31 = 0.1592 *SQRT(OM1/XM)
FR32 = 0.1592 *SQRT(OM2/XM)
FR33 = 0.1592 *SQRT(OM3/XM)
PRINT 202, FR31, FR32, FR33
GO TO 70

C
50 PRINT 302
GO TO 70

C
60 PRINT 304
70 RETURN

C
200 FORMAT(1H1,1X,20A4,/,T10,6HTRACAO,T20,12HDESLOCAMENTO,
*T35,9HDENS.LAMA,T47,8HALT.ONDA,T57,10HCOPP. CADA/T11,4H(KG),
*T24,3H(X),T37,5H(ADM),T47,8H(METROS),T58,8H(METROS)/T9,F8.1,
*T22,F6.2,T36,F6.3,T47,F6.2,T58,F6.2)
202 FORMAT (/10X,32HFREQUENCIAS NATURAIS DE VIBRACAO/
+15X,20HPRIMEIRA FREQUENCIA:,,F10.5,15H CICLOS/SEGUNDO/
+15X,20HSEGUNDA FREQUENCIA:,,F10.5,15H CICLOS/SEGUNDO/
+15X,20HTERCEIRA FREQUENCIA:,,F10.5,15H CICLOS/SEGUNDO)
302 FORMAT (///37H *****RISER DEVERA FLAMBAR*****)
304 FORMAT (///86H *****O METODO NUMERICO PARA CALCULO DAS FREQUENC
+IAS NATURAIS NAO CONVERGIU*****)
END

APÊNDICE F

LISTAGEM DO PROGRAMA ADRP

```

C
C MAIN ANLR
C ANALISE NAQ-LINEAR DE RISERS DE PERFURACAO
  IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
  ABS(X) = DABS(X)
  ATAN(X) = DATAN(X)
  COS(X) = DCOS(X)
  SIN(X) = DSIN(X)
  SQRT(X) = DSQRT(X)
  DIMENSION A1(100),FI(100),FR(100),RO1(100),RO3(100),WS(100)
  DIMENSION C(100),SG(100)
  DIMENSION DELTA1(100)
  DIMENSION APLCT(51,2)
  DIMENSION A2(100)
  COMMON/PARAMT/ ALFA1,ALFA2,CLO,S,F1,F3,C1,C3,H1,H3,XMV,XL
  COMMON/LIMITE/ LIM
  COMMON/CIC3/ C1,C3
  COMMON/N1/ NIT(100)
  LIM = 25
  LI = 100 - LIM - 1
  LI = 3*LIM - 1
  WSI = 1
  IPRINT = 1
  IPRINT = 0
  F = 2.05E+11
  PI = 3.1415926535
  CLO = .3
  S = 0.21
  RO = 1020.
  READ 101, DI,DE,GAMA,XL,P
  PL = PI/XL
  EI = L*PI*(DE**4 - DI**4)/64.
  AREA = PI*(DE*DE - DI*DI)/4
  XM = 1000*(7.2*AREA + 0.25*PI*DI*DI*GAMA)
  C1 = 0.03
  C1 = 0.01
  C3 = C1
  XLAMB = 0.33
  DELFI = 0
  PRINT 201, DI,DE,GAMA,XL,P,XM,EI
  PRINT 205, CLO,S
  XMV = XM + 0.25*PI*RO*DE*DE
  YMI = RO*DE*DE / (2*PI*PI*S*S*XMV)
  FRN1 = PL*PL * (EI*PL*PL + P) /XMV
  IF (FRN1.LE.0.0) GO TO 30
  FRN1 = SQRT(FRN1)
  FRN3 = SQRT((2*PL)**2 * (EI*(3*PL)**2 + P)/XMV)
  PRINT 207, XMV,XL
  PRINT 209, FRN1,FRN3
  IF (IPRINT.GT.0) GO TO 2
  PRINT 217
2 DO 10 I=1,LIM
  NIT(I) = 0
  FR(I) = FRN1*(LI+I)/100
  FR(I) = FRN1*(LI+I)/(4*LI)
  FR(I) = FRN1*(774 +I)/800

```

DO 8 J=1,100

NIT(I) = NIT(I) + 1

SG1 = C1/XMI

SG3 = C3/XMI

G1 = 10**((0.25 - 0.21*SG1)

G3 = 10**((0.25 - 0.21*SG3)

H1 = 10**((-0.24 + 0.66*SG1) / (SG1*SG1)

H3 = 10**((-0.24 + 0.66*SG3) / (SG3*SG3)

F1 = 4*G1*SG1/H1

F3 = 4*G3*SG3/H3

H1 = C1*H1

H3 = C3*H3

DELTA1(I) = 2*(FR(I)/FRN1 - 1)/C1

D4 = 1/(C1*(4 + DELTA1(I)**2))

IF (J.GT.1) GO TO 4

ALFA1 = XMI*F1*DELTA1(I)*D4 - G1*CL0*CL0

ALFA2 = 1 + H1*CL0*CL0 - 2*XMI*F1*D4

GO TO 44

4 XX = (FRN1**2 - FR(I)**2)**2 + (2*C1*FR(I)*FRN1)**2

ALFA1 = -G1*CL0**2 - F1*XMI*WSI**2*(FRN1**2 - FR(I)**2)/XX

ALFA2 = 1 + H1*CL0**2 - 2*F1*XMI*C1*FR(I)**2*FRN1*WSI/XX

44 ALFA2 = SQRT(ALFA2)

CALL NEWTON(XLAMB,DELFI)

IF (IPRINT.GT.0) GO TO 5

Y1X = Y1(XLAMB,DELFI)

Y2X = Y2(XLAMB,DELFI)

PRINT 401, Y1X, Y2X

5 CS = COS(DELFI)

SN = SIN(DELFI)

C2 = COS(2*DELFI)

S2 = SIN(2*DELFI)

R01(I) = .2*XMV*XL*ALFA1/

+ (-3*G1 - 4*G1*XLAMB*XLAMB + XLAMB*(3*G1*CS + H1*SN) +

+ 2*XLAMB*XLAMB*(-G1*C2 - H1*S2))

IF (R01(I).LE.0) GO TO 40

R01(I) = SQRT(R01(I))

R03(I) = XLAMB*R01(I)

WS(I) = -4*XMV*XL*R03(I)*FR(I) /

+ (-4*XMV*XL*SQRT(1 + H3*CL0*CL0)*R03(I) +

+ H3*R03(I)*(4*R01(I)**2 + 3*R03(I)**2) -

+ R01(I)**3*(G3*SN + H3*CS) +

+ 2*R01(I)**2*R03(I)*(G3*S2 + H3*C2))

WSI = WS(I)

IF (J.GT.1) GO TO 6

A1(I) = XMI*R01(I) / (C1*SQRT(4 + DELTA1(I)**2))

A1(I) = A1(I)/SQRT(0.5*XMV*XL)

GO TO 8

6 A1(I) = XMI*WSI*WSI*R01(I)/SQRT(XX)

A1(I) = A1(I)/SQRT(0.5*XMV*XL)

FI(I) = ATAN(-2/DELTA1(I))

CC = 0.23*(R0*DE*DE/XMV) * A1(I) + 0.001

IF (ABS((C1-CC)/CC).LE.0.01) GO TO 9

C1 = (CC + 4*C1)/5

C3 = C1

```

* CONTINUE
9 C(I) = CC
  SS(I) = CC/XMI
  IF (IPRINT.GT.0) GO TO 19
  PRINT 219, I,FR(I),S(I),DELTA1(I),RO1(I),RO3(I),A1(I),FI(I)
  ROA = SQRT(2*XMV*XL*ALFA1/(-3*G1))
  A2(I) = XMI*ROA / (C1*SQRT(4 + DELTA1(I)**2))
  A2(I) = A2(I)/SQRT(0.5*XMV*XL)
  PRINT 221, ROA,A2(I)
10 CONTINUE

C
  DO 20 I=1,LIM
20 WS(I) = WS(I)/FANI

C
  CALL ORDER (WS,A1,FI,C,SS)

C
  A1MAX = 0
  DO 25 I=1,LIM
  APL0T(I,1) = A1(I)
  IF (A1MAX.LT.A1(I)) A1MAX=A1(I)
25 APL0T(I,2) = A1(I)
  TMON = 0.5*PL*PL*A1MAX*DEBE
  TIR = P/AREA
  TM = (TIR - TMON)/9.81E+04
  TP = (TIR + TMON)/9.81E+04
  PRINT 241, TM,TP
  CALL PLOT(APLOT,LIM,1)
  DO 27 I=1,LIM
27 APL0T(I,2) = FI(I)
  CALL PLOT(APLOT,LIM,2)
  GO TO 50
30 PRINT 301
  GO TO 50
40 PRINT 303
  GO TO 50
50 CONTINUE
  STOP

C
101 FORMAT (5F10.3)
201 FORMAT (1H1//T12,3H01=,1PE12.5,7H METROS/
+T12,3H0E=,1PE12.5,7H METROS/T13,5H0AMA=,1PE12.5/
+T12,3HXL=,1PE12.5,7H METROS/T13,2HP=,1PE12.5,3H NEWTONS/
+T12,3HXM=,1PE12.5,5H KG/M/T12,3HEI=,1PE12.5,5H CM2)
205 FORMAT (/T10,4HCL0=,1PE12.5/T12,2HS=,1PE12.5)
207 FORMAT (/T10,4HXHV=,1PE12.5,5H KG/M/T10,4HXM1=,1PE12.5)
209 FORMAT (/T10,5HEXLI=,1PE12.5,3H RAD/SEG/
+T10,5HFIN3=,1PE12.5,3H RAD/SEG)
217 FORMAT (1H1//I5,1HI,T13,2HFR,T27,2HWS,T39,6HDELTA1,155,3HRO1,
+T69,3HRO3,T83,2HA1,T97,2HFI/)
219 FORMAT (T4,12,T7,7(1PE12.5,2X))
221 FORMAT (T49,1PE12.5,T77,1PE12.5)
231 FORMAT (T10,7HRO1(1)=,1PE12.5, T30,7HRO1(2)=,1PE12.5)
233 FORMAT (T10,7HRO3(1)=,1PE12.5, T30,3HY3=,1PE12.5)
235 FORMAT (T10,6HFI(1)=,1PE12.5, T30,6HFI(2)=,1PE12.5)
241 FORMAT (/T10,14HTENSAD MINIMA=,1PE12.5,3H KG/CM2/
+T10,14HTENSAD MAXIMA=,1PE12.5,3H KG/CM2)

```

```
301 FORMAT (///2PH *****PRIMEIRA FREQUENCIA NATURAL DE VIBRACAO IMAGINA  
+RIA OU NULA*****/30H *****PROGRAMA INTERROMPIDO*****)  
303 FORMAT (///51H *****DECOMPOSICAO EM FORMA NORMAL NAO POSSIVEL*****/  
+30H *****PROGRAMA INTERROMPIDO*****)  
401 FORMAT (T10,3HY1=,1PE12.5,T30,3HY2=,1PE12.5)  
END
```


SUBROTINA NEWTON

CALCULA AS RAIZES DE UM SISTEMA DE DUAS EQUACOES

PELO METODO DE NEWTON

Y1(X1,X2) = 0

Y2(X1,X2) = 0

DX1 - ACRESCIMO EM X1

DX2 - ACRESCIMO EM X2

SUBROUTINE NEWTON(X1,X2)

IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)

ABS(X) = DABS(X)

COMMON/PARAMT/ ALFA1,ALFA2,CLO,S,F1,F3,G1,G3,H1,H3,AMV,XL

TOL = 1.0E-06

IPRINT = 1

DO 10 I=1,100

NIT = I

A = Y11(X1,X2)

B = Y12(X1,X2)

C = Y21(X1,X2)

D = Y22(X1,X2)

U = -Y1(X1,X2)

V = -Y2(X1,X2)

DET = A*D - B*C

DMX = DMAX1(ABS(A),ABS(B),ABS(C),ABS(D))

DMX = DET/DMX

IF (ABS(DMX).LE.1.0E-40) GO TO 30

DX1 = (D*U - B*V)/DET

DX2 = (A*V - C*U)/DET

X1 = X1 + DX1

X2 = X2 + DX2

IF (ABS(DX2).GE.TOL) GO TO 10

IF (ABS(DX1).LE.TOL) GO TO 20

10 CONTINUE

20 CONTINUE

IF (IPRINT.GT.0) GO TO 40

PRINT 201, NIT

PRINT 103, X1, X2

IF (ABS(X1).GE.1) PRINT 301

GO TO 40

30 PRINT 101

STOP

40 RETURN

101 FORMAT (1H1///30H *****SISTEMA NAO RESOLVIDO*****/

+30H *****PROGRAMA INTERROMPIDO*****)

103 FORMAT (T10,3HX1=,1PE12.5,T30,3HX2=,1PE12.5)

201 FORMAT (T10,9HNO.ITER.=,I3)

301 FORMAT(1H+,3H *****)

END

```

FUNCTION Y1(X1,X2)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
COS(X) = DCOS(X)
SIN(X) = DSIN(X)
COMMON/PARAMT/ ALFA1,ALFA2,CL0,S,F1,F3,G1,G3,H1,H3,XMV,XL
GC = G3*CL0*CL0
CS = COS(X2)
SN = SIN(X2)
C2 = COS(2*X2)
S2 = SIN(2*X2)
CF1 = -3*G1*GC - 4*ALFA1*G3 + 2*ALFA1*(-G3*C2 + H3*S2)
CF2 = GC*(3*G1*CS + H1*SN)
CF3 = -4*G1*GC + 2*GC*(-G1*C2 - H1*S2) - 3*ALFA1*G3
Y1 = ALFA1*(G3*CS - H3*SN) + X1*CF1 + X1*X1*CF2 + X1*X1*X1*CF3
RETURN
END

```

```

FUNCTION Y11(X1,X2)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
COS(X) = DCOS(X)
SIN(X) = DSIN(X)
COMMON/PARAMT/ ALFA1,ALFA2,CL0,S,F1,F3,G1,G3,H1,H3,XMV,XL
GC = G3*CL0*CL0
CS = COS(X2)
SN = SIN(X2)
C2 = COS(2*X2)
S2 = SIN(2*X2)
CF1 = -3*G1*GC - 4*ALFA1*G3 + 2*ALFA1*(-G3*C2 + H3*S2)
CF2 = GC*(3*G1*CS + H1*SN)
CF3 = -4*G1*GC + 2*GC*(-G1*C2 - H1*S2) - 3*ALFA1*G3
Y11 = CF1 + 2*X1*CF2 + 3*X1*X1*CF3
RETURN
END

```

```

FUNCTION Y12(X1,X2)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
COS(X) = DCOS(X)
SIN(X) = DSIN(X)
COMMON/PARAMT/ ALFA1,ALFA2,CL0,S,F1,F3,G1,G3,H1,H3,XMV,XL
GC = G3*CL0*CL0
CS = COS(X2)
SN = SIN(X2)
C2 = COS(2*X2)
S2 = SIN(2*X2)
CF1 = ALFA1*(-G3*SN - H3*CS)
CF2 = 4*ALFA1*(G3*S2 + H3*C2)
CF3 = GC*(-3*G1*SN + H1*CS)
CF4 = 4*GC*(G1*S2 - H1*C2)
Y12 = CF1 + X1*CF2 + X1*X1*CF3 + X1*X1*X1*CF4
RETURN
END

```

```

FUNCTION Y2(X1,X2)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
COS(X) = DCOS(X)
SIN(X) = DSIN(X)
SQRT(X) = DSQRT(X)
COMMON/PARAMT/ ALFA1,ALFA2,CL0,S,F1,F3,G1,G3,H1,H3,XMV,XL
GC = G3*CL0*CL0
CS = COS(X2)
SN = SIN(X2)
C2 = COS(2*X2)
S2 = SIN(2*X2)
HCA = SQRT(1 + H3*CL0*CL0) - ALFA2
CF0 = 2*HCA*(G3*CS - H3*SN) + GC*(-G3*SN - H3*CS)
CF1 = HCA*(-3*G3 + 4*(-G3*C2 + H3*S2)) +
+GC*(4*H3 - 3*H1 + 2*G3*S2 + 2*H3*C2)
CF2 = GC*(-G1*SN + 3*H1*CS)
CF3 = -6*G3*HCA + GC*(3*H3 - 4*H1 + 2*G1*S2 - 2*H1*C2)
Y2 = CF0 + X1*CF1 + X1*X1*CF2 + X1*X1*X1*CF3
RETURN
END

```

```
FUNCTION Y21(X1,X2)
  IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
  COS(X) = DCOS(X)
  SIN(X) = DSIN(X)
  SQRT(X) = DSQRT(X)
  COMMON/PARAMT/ ALFA1,ALFA2,CLO,S,F1,F3,G1,G3,H1,H3,XMV,XL
  GC = G3*CLO*CLO
  CS = COS(X2)
  SN = SIN(X2)
  C2 = COS(2*X2)
  S2 = SIN(2*X2)
  HCA = SQRT(1 + H3*CLO*CLO) - ALFA2
  CF0 = 2*HCA*(G3*CS - H3*SN) + GC*(-G3*SN - H3*CS)
  CF1 = HCA*(-8*G3 + 4*(-G3*C2 + H3*S2)) +
+GC*(4*H3 - 3*H1 + 2*G3*S2 + 2*H3*C2)
  CF2 = GC*(-G1*SN + 3*H1*CS)
  CF3 = -6*G3*HCA + GC*(3*H3 - 4*H1 + 2*G1*S2 - 2*H1*C2)
  Y21 = CF1 + 2*X1*CF2 + 3*X1*X1*CF3
  RETURN
END
```

```

FUNCTION Y22(X1,X2)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
COS(X) = DCOS(X)
SIN(X) = DSIN(X)
SQRT(X) = DSQRT(X)
COMMON/PARAMT/ ALFA1,ALFA2,CL0,S,F1,F3,G1,G3,H1,H3,XMV,XL
GC = G3*CL0*CL0
CS = COS(X2)
SN = SIN(X2)
C2 = COS(2*X2)
S2 = SIN(2*X2)
HCA = SQRT(1 + H3*CL0*CL0) - ALFA2
CF0 = 2*HCA*(-G3*SN - H3*CS) + GC*(-G3*CS + H3*SN)
CF1 = 8*HCA*(G3*S2 + H3*C2) + 4*GC*(G3*C2 - H3*S2)
CF2 = GC*(-G1*CS - 3*H1*SN)
CF3 = 4*GC*(G1*C2 + H1*S2)
Y22 = CF0 + X1*CF1 + X1*X1*CF2 + X1*X1*X1*CF3
RETURN
END

```

```

C
C SUBROTINA ORDEM
C REORDENA AS AMPLITUDES DE OSCILACAO(A1) E AS
C DIFERENCAS DE FASE(FI) DE ACORDO COM AS
C FREQUENCIAS DE VORTICE(WS) CRESCENTES.
SUBROUTINE ORDEM(WS,A1,FI,C,SG)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
DIMENSION WS(1),A1(1),FI(1)
DIMENSION C(1),SG(1)
COMMON/LIMITE/ LIM
COMMON/C1C3/ C1,C3
COMMON/NT/ NIT(100)
L1 = LIM-1
L2 = LIM
DO 10 I=1,L1
L2 = L2-1
DO 10 J=1,L2
IF (WS(J+1).GE.WS(J)) GO TO 10
X = WS(J)
WS(J) = WS(J+1)
WS(J+1) = X
X = A1(J)
A1(J) = A1(J+1)
A1(J+1) = X
X = FI(J)
FI(J) = FI(J+1)
FI(J+1) = X
X = C(J)
C(J) = C(J+1)
C(J+1) = X
X = SG(J)
SG(J) = SG(J+1)
SG(J+1) = X
NN = NIT(J)
NIT(J) = NIT(J+1)
NIT(J+1) = NN
10 CONTINUE
PRINT 101, (I,WS(I),A1(I),FI(I),C(I),SG(I),I=1,LIM)
PRINT 103, (NIT(I), I=1,LIM)
103 FORMAT (25I4)
RETURN
101 FORMAT (1H1//T10,1H1,T15,7HWS/FRN1,T30,6HYMAX/D,T46,2HF1,
+T60,1HC,T74,2HSG/
+(T9,I2,T12,5(1PE12.5,2X)))
END

```



```

C
C SUBROTINA PLOT
C PLOTA AS AMPLITUDES DE OSCILACAO(A1) E AS
C DIFERENCAS DE FASE(F1) EM FUNCAO DAS FREQUENCIAS DE VORTICE(W)
C
C PROGRAMADA POR
C DR. OSWALDO ANTUNES PEDROSA JR.
C
C SUBROUTINE PLOT(A,M,IFLAG)
C IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
C DIMENSION A(51,2),OUT(81),YPR(9)
C DATA VAZIO,REG/' ','*'/
C COMMON/C1C3/ C1,C3
C
C-----IMPRESSAO DO TITULO
C IF (IFLAG.EQ.1) PRINT 101
C IF (IFLAG.EQ.2) PRINT 201
C
C-----DETERMINACAO DO ESPACAMENTO DAS VARIAVEIS
C YMIN = 1.0E+50
C YMAX = -1.0E+50
C DO 10 I=1,M
C IF (A(I,2).LT.YMIN) YMIN=A(I,2)
C IF (A(I,2).GT.YMAX) YMAX=A(I,2)
10 CONTINUE
C XSCAL = (A(M,1) - A(1,1))/50
C YSCAL = (YMAX - YMIN)/80
C
C-----POSICAO DA ABSCISSA
C I = 0
C L = 0
30 I = I+1
C XPR = XSCAL*(I-1) + A(1,1)
C D = XPR + XSCAL/2
C E = XPR - XSCAL/2
C KK = 1
35 L = L+1
C IF (A(L,1) - XPR) .35,43,37
37 IF ((A(L,1) - XPR).LE.(XPR-A(L-1,1))) GO TO 40
C L = L-1
C IF (A(L,1).GE.E) GO TO 43
C KK = 2
C GO TO 43
40 IF (A(L,1).LT.D) GO TO 43
C KK = 2
C L = L-1
43 DO 45 J=1,81
C OUT(J) = VAZIO
45 CONTINUE
C
C-----POSICAO DA ORDENADA
C GO TO (50,55), KK
50 JP = (A(L,2) - YMIN)/YSCAL + 1.5
C OUT(JP) = REG
C
C-----IMPRESSAO DAS LINHAS

```

```
55 PRINT 103, XPR, (OUT(J), J=1, 81)
```

C

```
IF (I-50) 30, 57, 50
```

```
57 XPR = A(M, 1)
```

```
GO TO 30
```

C

```
C-----IMPRESSAO DA ESCALA DE ORDENADAS
```

```
60 PRINT 105
```

```
YPR(1) = YMIN
```

```
DO 65 J=1, 7
```

```
YPR(J+1) = YPR(J) + YSCAL*10
```

```
65 CONTINUE
```

```
YPR(9) = YMAX
```

```
PRINT 107, (YPR(J), J=1, 9)
```

```
IF (IFLAG.EQ.1) PRINT 102
```

```
IF (IFLAG.EQ.2) PRINT 209
```

```
RETURN
```

C

```
101 FORMAT (1H1/20X, 23HAMPLITUDE VS FREQUENCIA/)
```

```
201 FORMAT(1H1/20X, 31HDIFERENCA DE FASE VS FREQUENCIA/)
```

```
103 FORMAT (1H ,F11.2, 4X, 81A1)
```

```
105 FORMAT (15X, 3(10H- ), 1H-)
```

```
107 FORMAT (9X, 9F10.2)
```

```
109 FORMAT (/30X, 18HAMPLITUDE/DIAMETRO)
```

```
209 FORMAT(/30X, 27HDIFERENCA DE FASE(RADIANOS))
```

```
END
```